

南 華 大 學

資訊管理學系

碩士論文

均一教育平台輔助高中棒球隊數學科補救教學之研究

—以二次方根為例

Using Uniform Teaching Platform for the Mathematics Remedial

Instruction of Senior High School Baseball Teams

—An Eexample of Square Root

研 究 生:林 宜 申

指 導 教 授:洪 銘 建

中 華 民 國 一 〇 六 年 六 月

南 華 大 學

資訊管理學系

碩 士 學 位 論 文

均一教育平台輔助高中棒球隊數學科補救教學之研究

—以二次方根為例

研究生：林益申

經考試合格特此證明

口試委員：翁富美

謝定明

洪銘建

指導教授：洪銘建

系主任(所長)：洪銘建

口試日期：中華民國 106 年 5 月 14 日

南華大學碩士班研究生

論文指導教授推薦函

資訊管理系碩士班 林宜申 君所提之論文

均一教育平台輔助高中棒球隊數學科補救

教學之研究—以二次方根為例

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授

洪錦建

106年5月24日

南華大學資訊管理學系碩士論文著作財產權同意書

立書人：_____林宜申_____之碩士畢業論文

中文題目：均一教育平台輔助高中棒球隊數學科補救教學之研究

—以二次方根為例

英文題目：Using Uniform Teaching Platform for the Mathematics

Remedial Instruction of Senior High School Baseball Teams

—An Eexample of Square Root

指導教授：洪銘建 博士

學生與指導老師就本篇論文內容及資料其著作財產權歸屬如下：

- 共同享有著作權
- 共同享有著作權，學生願「拋棄」著作財產權
- 學生獨自享有著作財產權

學生：_____林宜申_____ (請親自簽名)

指導老師：_____洪銘建_____ (請親自簽名)

中華民國 106 年 5 月 24 日

謝 誌

本篇論文能夠順利完成，首先感謝我的指導教授洪銘建老師，洪銘建教授在研究過程中，從研究方向、確認研究主題、研究方法、數據分析到論文撰寫，透過一次次的討論，給我很多觀念的澄清與引導，讓我獲益良多。其次感謝口試委員本校的謝定助教授與吳鳳科技大學的翁富美教授，針對論文提出修正與建議，讓論文更臻完善。

三年來的碩士專班求學的過程當中吳光閔老師、邱英華老師、王昌斌老師、尤國任老師、周志賢老師以及我的指導教授洪銘建老師，給了我很多豐富的知識與研究的訓練，感謝您們的教導。還有我的同事，資深英文科林進裕老師對本研究的英文摘要費盡心思、惠我良多，還有淑芬學姐、素月學姐、月珍學姐、秀雲學姐、素卿學姐、鴻昇學長給我在論文的寫作上滿滿的鼓勵與照顧。

最後還要感謝我的老婆，在三年來的求學過程中，體諒與包容，讓我心無罣礙的完成學業。

林宜申 謹識

於南華資管所

106年6月

摘要

本研究運用均一教育平台融入 12 年國教數學科會考 C 級之 9 年級(國三)棒球隊畢業學生進入 10 年級(高一)於數學科部分單元實施補救教學學習表現。本研究根據 12 年國教課綱，挑選二次方根之基本教材單元，配合會考數學科 C 級之國三畢業學生，參加學期中補救教學課程。研究結果發現：

一、學生於補救教學前後之學習表現有顯著差異

經由成對樣本 t 檢定，在顯著水準 $p < 0.05$ 下，成績達到顯著，顯示 12 年國教會考數學科 C 級之國三棒球隊畢業進入嘉義某高中進修學校之學生在利用均一教育平台融入補救教學後有良好的學習效果。多數學生於補救教學後，其答題意願表現較為積極且答題相對較為良好。

二、補救教學之實施歷程教學效果良好

學生對於均一教育平台做為輔助教學工具之接受度高，並從實作過程中發現其上課較為專心，不再畏懼冰冷的數學符號，進而勇於犯錯，從犯錯中學習數學概念。另外，利用數位教學平台比一般傳統教學有較高滿意度，均一教育平台輔助補救教學可以達到因材施教之教學效果，改變學生的學習態度及增加與教師的良好互動。

關鍵詞:均一教育平台、補救教學、滿意度

Using Uniform Teaching Platform for the Mathematics Remedial Instruction of Senior High School Baseball Teams — An example of Square Root

Yi-Shen Lin

Private Nanhua University's Institute of Information Management Institute master class

Abstract

The study employs Uniform Teaching Platform to assist ninth-grade baseball players, getting Grade C in the math test of the entrance exam for senior high school and now studying in the tenth grade of the twelve-year program of national education, in upgrading their learning through remedial instruction of certain math units. Meanwhile, this study will explore the process of how to integrate Uniform Teaching Platform into remedial instruction. The theoretical framework of this study includes three parts: (1) adopting the teaching outline of the 12-year program of national education (2) selecting the teaching unit of square root from the syllabus of 12-year national education. (3) recruiting 10th grade (Senior I) baseball players with Grade C in the math test of the entrance exam. Through recording and observing the process of remedial instruction, two findings are as follows:

(1) Participants make significant differences on remedial instruction before and after.

Through the sample-paired t test, $p < 0.05$ at significant level, their scores are elevated significantly, showing that remedial instruction is highly beneficial to the baseball players getting Grade C in the entrance exam and then entering a night division of a senior high school in Chiayi. Their willingness to learn or to do better is notable.

(2) The process of remedial instruction is implemented smoothly .

Students tend to highly accept Uniform Teaching Platform as an aid in teaching assistance and to become more attentive through real practice and no more afraid of icy math symbols and more courageous to make trial and error when learning new concepts. Besides, digital teaching platform brings more satisfaction than traditional teaching methods. As well as providing teaching assistance, Uniform Platform can greatly achieve the effect of individual learning and develop students' active learning attitude and good interaction with teachers.

Keywords : Uniform Teaching Platforms, remedial instruction, satisfaction

目錄

第一章 緒論.....	1
第一節 問題背景與研究動機.....	1
第二節 研究目的.....	4
第三節 名詞界定.....	5
第二章 文獻探討.....	7
第一節 資訊科技融入教學之相關研究.....	7
第二節 數學補救教學之相關研究.....	14
第三節 均一教育平台.....	18
第三章 研究方法.....	22
第一節 研究對象.....	22
第二節 實驗設計.....	23
第三節 研究工具.....	27
第四節 教學設計與實施.....	30
第五節 資料處理與分析.....	35
第四章 研究結果和分析.....	37
第一節、學習成就 T 檢定.....	37
第二節、滿意度調查結果.....	46
第五章 結論.....	48
第一節、「給一正方形面積求邊長」.....	48
第二節、「給任意一數求平方根」.....	48
第三節、「求正整數的標準分解式」.....	49
第四節、「求化簡根式」.....	49
第五節、「根式的四則運算」.....	50
第六節、總結.....	51
參考文獻 1：中文部分.....	75
參考文獻 2：英文部分.....	78
附件	
附件 1：國立嘉義高中進修學校二次方根補救教學前測.....	53
附件 2：學習單(一)認識平方根.....	54
附件 3：學習單(二)平方根的意義與最簡根式.....	57
附件 4：學習單(三)根式的加法、減法、乘法.....	62
附件 5：學習單(四)根式的除法、分母有理化.....	65
附件 6：國立嘉義高中進修學校二次方根補救教學後測.....	71
附件 7：滿意度調查.....	72
附件 8：國立嘉義高中進修學校二次方根補救教學延宕後測.....	73
附件 9：學生前測、後測、延宕後測 答對題數表(共 20 題).....	74

第一章 緒論

第一節 問題背景與研究動機

十二年國民基本教育，簡稱「十二年國教」，為中華民國（臺灣）於 2014 年起施行的一項教育政策，其將施行前的九年國教延長至 12 年，但後 3 年採非強迫性入學、免學費、公私立並行及免試為主。依據教育部(2015)的規劃，十二年國教中的後期中等教育包含高中、高職及五專前 3 年。台灣推動延長國民教育之議，早在 1983 年就已經開始規劃，先後經過 10 任教育部長，但當時因為受到許多反對聲浪和財務困窘等因素影響而未曾正式實施，最後才於蔣偉寧部長時期正式開始實施。十二年國民基本教育立基於九年國民教育，有五大理念分別是有教無類、因材施教、適性揚才、多元進路、優質銜接。因高級中等教育階段是以全體 15 歲以上的國民為對象，故不分種族、性別、階級、社經條件、地區等，教育機會一律均等。面對不同智能、性向及興趣的學生，設置不同性質與類型的學校，透過不同的課程與分組教學方式施教。且透過適性輔導，引導學生瞭解自我的性向與興趣，以及社會職場和就業結構的基本型態。發展學生的多元智能、性向及興趣，進而找到適合自己的方向，以便繼續升學或順利就業。同時高級中等教育一方面要與國民中學教育銜接，

使其正常教學及五育均衡發展；另一方面也藉由高中職學校的均優質化，均衡城鄉教育資源，使全國都有優質的教育環境，使學生有能力繼續升學或進入職場就業，並能終身學習。

依據教育部(2015)十二年國教訂定之總體目標與啟動準備階段具體目標以及全面實施階段具體目標，其分別敘述如下：總體目標下有7個子項，分別是(1)提升國民基本知能，培養現代公民素養；(2)強化國民基本能力，以厚植國家經濟競爭力；(3)促進教育機會均等，以實現社會公平與正義；(4)充實高級中等學校資源，均衡區域與城鄉教育發展；(5)落實中學生性向探索與生涯輔導，引導多元適性升學或就業；(6)有效舒緩過度升學壓力，引導國中正常教學與五育均衡發展；(7)強化國中學生學習成就評量機制，以確保國中學生基本素質。

其啟動準備階段具體目標(100年8月至103年7月)下有6個子項，分別是(1)就學率達99%以上；(2)免試入學率達75%以上；(3)就近入學率達95%以上；(4)全國優質高中職比率達80%以上；(5)落實國中適性輔導及學習成就評量機制；(6)普及宣導建立共識。

全面實施階段具體目標(103年8月至109年7月)下有3個子項，分別是(1)免試入學率達85%以上；(2)就近入學率達98%以上；(3)全國優質高中職比率達95%以上。

其中，總體目標之中的第 7 點：強化國中學生學習成就評量機制，以確保國中學生基本素質，最令人擔憂。補救教學是十二年國教核心課題，旨在確保每一位學生之基本能力。在教學現場上，老師對於需被補救教學之低成就學生，都願意把他們帶上來，深知參與補救教學的學生大都來自弱勢家庭，唯有教育才能扭轉孩子生命的契機。因此，多數老師都會依據學生程度，設計適性化課程，運用多元的教學策略，循序漸進地提供充分練習及鷹架，協助學生建立成功的經驗。然而，林芬妃(2013)指出免試入學「有促進國中教學正常化，舒緩升學壓力」之目標未獲認同，更何況這些平時以運動訓練為主的棒球對學生。他們在國中三年每一上學日幾乎耗費一半以上的時間用來磨練球技與體能訓練，其餘時間用來學習其他一般學生每天 8 堂該學習的課業，明顯無法勝任。因此，升入高中非進行補救教學不可，而補救教學最核心的概念，教師應當將補救教學理念落實於每一堂課，透過「教學—評量—補救—評量」循環往復的歷程，確實診斷出學生不足，再針對個別需求進行補救。

由此可見，讓有意願上課的棒球隊學生得到學習成就，並帶動其他同儕是一件神聖而艱鉅的任務，也希望藉由本研究提供其他投入補救教學的工作者參考。基於上述的動機，會考成績 C 級待加強的棒球隊學生，國中的數學基礎並不扎實，其中相關的基本定義(諸

如函數、方程式、方根、機率…)模糊，計算能力速度慢且錯誤率高，對數學敬而遠之甚至排斥。當台灣自豪在世界數學比賽名列前茅的同時，還是有一群被遺忘、被冷落的學生，他們不愛上數學課，甚至討厭數學。許多同學升上高中仍然沒有國中應有的數學素養，確實令人憂心。考量現實面，棒球隊學生並不喜歡數學，因此研究者利用學期中每周五空堂時段，使用均一教育平台輔助下進行補救教學，希望透過不一樣的教學模式能達到強化國中學生學習成就，由學生的主動學習、討論、提問下，增進數學能力以確保學生數學基本素質。

第二節 研究目的

國內各年齡層的學生對數學學習的積極性每況愈下，面對每日的既定的數學課程安排索然無趣，其中，體育生的狀況更是如此。本研究希望透過均一教育平台，在軟、硬體設備操作的簡易性下，輔助棒球隊學生的數學學習並提高其數學學習的興趣，促使學生自發性的學習，最終能提升學生的學習效果。

基於上述，本研究主要目的如下：

1. 探討運用均一教育平台輔助棒球隊會考成績 C 級待加強的學生數學補救教學之成效。
2. 探討學生運用均一教育平台輔助補救教學之滿意程度。

第三節 名詞界定

一、**會考 C 級**：國中(9 年級)升高中(10 年級)每位學生於每年五月中旬有一次成就測驗考試(以下簡稱會考)，其結果非百分制，而是等級制。分 A(精熟)、B(基礎)、C(待加強)三等級：各能力等級整體表現描述如下：

◎**精熟**：能作數學概念間的連結，建立恰當的數學方法或模式解題，並能論證。

◎**基礎**：理解基本的數學概念、能操作算則或程序，並應用所學解題。

◎**待加強**：認識基本的數學概念，僅能操作簡易算則或程序。

本研究所指 C 級就是數學能力為「待加強」等級者。

一、**二次方根**：本研究所提到的方根僅僅限於 \sqrt{a} 之型式，不含三次方根 $\sqrt[3]{a}$ 或更高階的 n 次方根 $\sqrt[n]{a}$ 。

二、**補救範圍**：本研究之補救教學就數學能力為「待加強」等級者

進行二次方根之教學設計，僅止於方根的意義、方根的化簡、
意義方根的四則運算進行補救，方根的應用不在本研究中。



第二章 文獻探討

本研之主要目的在於探討運用均一教育學平台來輔助棒球隊數學科補救教學前後，參與學生之數學概念的改變情形，以及運用均一教育平台輔助棒球隊數學科補救教學活動之教學歷程與可能遭遇困境。因此，本章分為二個小節，針對相關文獻進行綜合性論述，以作為本研究的理論基礎。

第一節 資訊科技融入教學之相關研究

自 1995 年網際網路及全球資訊網蓬勃發展後，教育與訓練產業也跟著產生許多變化，學習方法和資訊使用習慣倚賴網路越來越深，雖然各界對數位學習的定義不盡相同，大抵脫不了使用網際網路及全球資訊網獲取學習資源及協助的範疇(鄒景平,2002)。因此，以下從數位學習之定義、數位學習之優缺點、數位學習與傳統教學之差異，進而架構出數位學習之內涵。

美國訓練與發展協會 (American Society for Training and Development, 簡稱 ASTD) 將數位學習定義為以電子化科技作為傳遞資訊的中介，達到學習目的；簡單地說，數位學習即是使用電腦達到學習之意 (Hicks, 2000；楊寶華, 2006)，且 ASTD 認為數位學習包含了網路化學習、電腦化學習、虛擬教室(virtual classrooms)，

以及數位式合作(digital collaboration)的廣泛應用及相關過程。數位學習的教學內容傳遞媒介包含了網際網路、企業內部與外部網路、錄音帶與錄影帶、衛星廣播、互動電視、以及光碟（徐光義，2004）。基於此，思科(Cisco System, 2001)，將數位學習定義為「利用網際網路促進學習的方式」，並闡述下列六項理念：

- (一) 數位學習是一種線上資訊、溝通、教育及訓練傳遞的方式。
- (二) 數位學習提供了全新的工具來增加傳統教室的學習、課本的學習、光碟的學習以及傳統電腦輔助教學的價值。
- (三) 舊式的學習方式已無法滿足現今的學習挑戰，而數位學習則提供學習者工具來因應這些挑戰。
- (四) 數位學習對於傳統學習並不是取代，而是藉由新的科技傳播媒介來傳遞學習內容以促進學習的進行。
- (五) 應用數位學習可加強學習者以及指導者自我監督的責任。
- (六) 應用數位學習可保留學習者不同的特性，數位學習可以運用不同的內容格式和傳遞方式來符合不同學習風格的需求。

美國 WR Hambrecht 公司的研究報告中之定義，依狹義至廣義的定義依序將數位學習分成以下四類：電腦輔助學習、線上學習、電子化學習與遠距學習。其定義與範圍如圖 2-1 學習類型關係圖所示。

- (一) 電腦輔助學習：電腦輔助學習是線上學習的一個子集合，方法為將傳播內容縮小為光碟片或軟碟片。
- (二) 線上學習：線上學習也是電子化學習的一個子集合，方法為將傳播內容縮小為網際網路與公司內部網路。
- (三) 電子化學習：電子化學習是遠距教學中的一個子集合，泛指一切經由電子媒體傳送內容的學習方式，傳送的方式包括網際網路、公司內部網路、衛星傳送、錄音帶、錄影帶與互動式電視與光碟。
- (四) 遠距學習：遠距學習指由於時間或空間的限制，因此導致教師和學生被分隔的一種教育情境。其教育或訓練的課程皆經由同步或非同步的方法傳遞到遠處，包括如郵件、文字、圖形、聲音、錄影帶、光碟片、線上學習、視訊會議、互動式電視以及傳真。

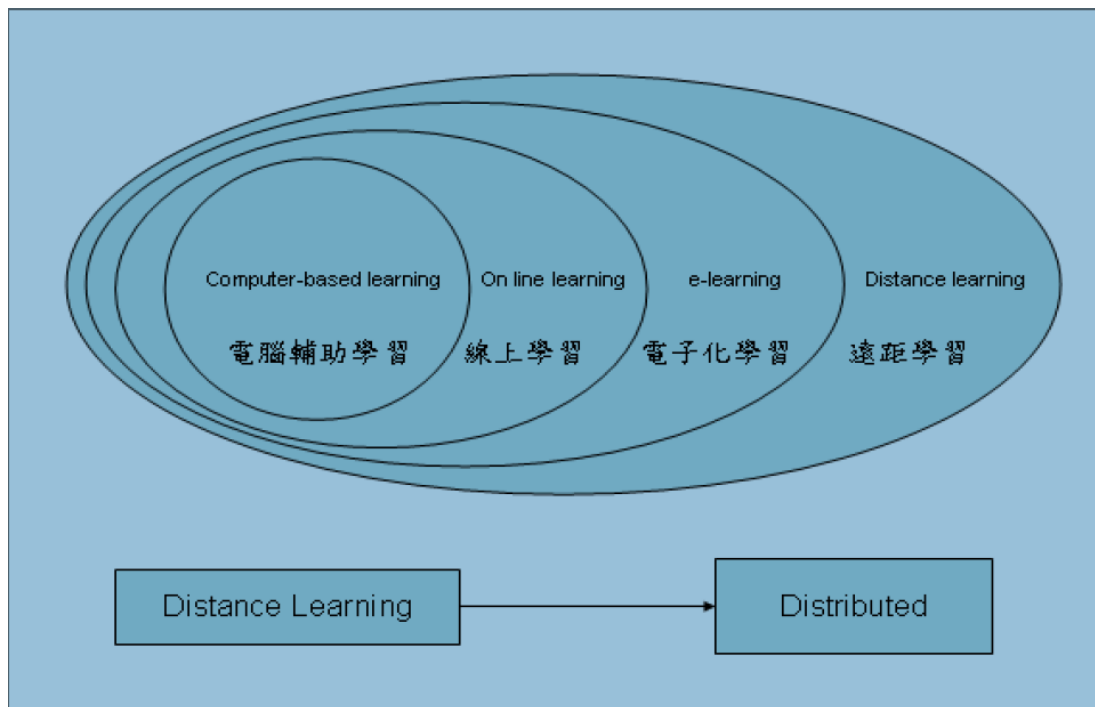


圖 2-1 學習類型關係圖

資料來源：Hambrecht Co.(2000)

Hancock (1992)認為：運用不同教學科技的學習活動，適合少數個別化教學以及較差的學生；因為科技器材的運用能製造積極的學習態度，增進低成就學生的成功經驗。另外，電腦的使用以及較新的科技的應用，能夠讓教學者配合低成就學生(補救教學學生)的興趣來分派作業。自從 Skinner 設計了編序教學(programmed teaching)以來，個別化教學已逐漸落實在日常教學活動中。四十年代電子計算機問世，即應用於學校作為教學的工具，並成為個別化教學的主要媒體。由於 CAI (computer-assisted instruction) 係一種利用電腦呈現教材與控制教學進度與環境的教學模式。而教育工學的日漸精進，更是提高個別化教學的可能性，也為補救教學

提供另一種可行的管道。再加上個人電腦售價已有大眾化的趨勢，不僅各級學校闢有電腦教室，各個家庭也大多擁有一部甚至多部電腦，所以電腦輔助教學模式 CAI 應用於補救教學的可行性也大為提高。

張新仁(2010)認為電腦輔助教學應有以下的特色：

1. 立即回饋：不論學生的程度、能力、學習動機或學習態度，只要投入學習，電腦即做出適度的反應，提供立即的回饋。
2. 提高信心：若學生做出正確的反應，電腦即立刻提供積極增強，大大獎勵一番。若反應錯誤，則提示正確答案。
3. 容易操作：學習者只要學習按鍵即可，操作方式簡便，易記易學。
4. 用途廣泛：教師製作的電腦軟體，一方面針對學生的個別需要而設計課程，符合個別教學的原則，另一方面也可針對特殊的觀念與問題，做大量的練習。
5. 學習者可以自訂進度：低成就學生的學習進度較慢，往往趕不上全班的進度，但電腦教學可依學生個人的能力與程度，循序漸進呈現新的教材。對於低成就的學生，電腦教學模式可以有效提高學習動機、提昇自我信心、增進基本的運算技巧、解決問題、習得簡單的觀念，以及學習閱讀與寫作等能力。

20 世紀 50 年代以後，新的教學思想層出不窮，再加上新的科學技術革命對教學的影響，教學模式出現了百家爭鳴的繁榮局面(古光耀，2002)。教學模式由單一性向多樣性發展，由歸納型向演繹型發展，由以“教”為主轉向以“學”為主，逐漸形成了與傳統教學模式截然不同的現代教學模式。如表 2-1 由鄭昀在 2004 年論文提出的傳統教學模式與現代教學模式兩種類別以及相互的關係，這些區別顯現了學習者的一些變化：從被動學習到主動學習的轉變，從死記硬背的學習到解決實際任務的學習，最重要的是學習者從分段式按部就班的學習到自定步調自定目標的學習，即自由式的學習。這就要求教師不能在同一時間內對一個班的所有學生教授相同的知識內容，即老師應作一個「指路者」而不是「講壇上的聖人」。

表 2-1 傳統與現代教學模式的比較

傳統教學模式	現代教學模式
教師講授為主	學生探索學習為主
說教式教學	互動式教學
分學科定時學習	多學科交叉的問題解決式學習
集體化的統一學習	多樣化、個性化的合作學習
統一進度教學	自定步調學習
教師作為知識的壟斷者和傳播者	教師作為學習的幫助者和指導者
學生被動接受知識	學生積極主動選擇學習內容
對單一知識和技能的評價	以行為為基礎的綜合性評價

資料來源：鄭昀杰(2004)

莊淇銘(2015)認為數位學習的特性有幾點：

其一，將紙本數位化。

其二，經由資訊工具數位教材可重覆使用。

其三，不受時間及空間的限制。

這三個特性是學習的方便性及時效性，與主動與被動學習不全然相關。對一個被動學習者，即便數位學習帶來學習的方便性，仍可能被動的照老師的進度學習。相對的，對一個主動的學習者，因為數位學習的方便性，其學習效率可能大幅提高。

蕭英勵(2015)的觀點是資訊科技融入教學方式並非如行為主義學派主張「刺激」與「反應」之單一特定連結，而是容許教育現場教師依據班級情境、社會脈絡、孩子先備知識經驗、主題探究目的等多重連結，來規劃完整的課程教學方案。提供資訊科技軟硬體工具、創新思考訓練與問題結果策略諮詢，容許孩子為多元創意想法評估可行方法進行實驗試作，提出新點子。相較於平面文字報告書，影片更能觸動人心與吸引注意力。教師運用統整課程概念，拍攝、剪接、後製影片成為課程教學內容一部分，孩子參與了「數位敘事」(digital storytelling)的創作歷程，將閱讀寫作、資訊科技、自然生態融入了孩子的日常生活。有時，教學情境並非能事先規劃且能預期，但教師面對著陌生知識領域，仍然勇於接受未知情境可能

帶來的挑戰，成為孩子觀摩學習之榜樣。教師激發孩子對於新課程內容的好奇心與學習動機，當孩子能從複雜脈絡中逐一抽絲剝繭，找出令人驚豔之概念關連之時，學習成就感於焉而生。

第二節 數學補救教學之相關研究

教與學之間的美好對話，常是學校教育中最動人的樂章，可惜的是，現實的教學情境中，教師與學生之間互動的品質往往確實不盡如人意，因此，活化教學、有效教學、分組教學與補救教學等等提升教學品質的教育改革便接二連三地推出，希望可以針對教師的角與學生之間的學之間的良好「連接」進行最友善的課程與教學安排（鄭勝耀，2016）。

行政院教育改革總諮議報告書(1996)已有明文指出要協助每位學生具有基本學力方面，應積極研究學生的基本學力，提供相關資料，供學校對新生進行學力鑑定，以便及早實施補救教學或轉介特殊班或學校。補救教學系統的建立，宜建立義工制度，利用社會資源，補充師資之不足；發展各類補救教學之教材、教法與學習評量工具。補救教學具有多元、適應個別差異的特質，應充分給予學校在課程、教學和成績考核之彈性。

「補救教學」一詞乃是源自於一位教師在同時面對多位學生之

下，在教學上無法同時兼顧及配合每位學生的基礎知識及學習進度。因此，在確認學生的學習並未達到教師所預設的教學目標或其學習成就低於其他學生時，教師必須另外再針對這些未達到學習目標的學生，採取其它更有效的教學策略，以期這些學生的學習能追上其他學生的水平水準(葉青青，2015)。林志成(2016)也說到補救教學旨在「確保學習品質、提高學生學力、實踐教育均等理想、落實社會公平正義」理念。

台灣「少子/女化」對教育的衝擊是學生數量變少，但「城鄉差距」讓偏鄉的教育除了量的改變，同時產生質的變化，亦即「人數變少、落差變大」。回顧過去，教育部從1996年開始「教育優先區」的計畫補助，目的補助偏遠地區的學校發展，2004年通過「縮短城鄉學習落差」補助要點，2006年提出「攜手計劃課後扶助方案」，103學年度教育部編列15億元辦理補救教學，全國3405所國中小，34萬多人次參加(2015.06.17聯合報A6版)(羅寶鳳，2016)。

數學學習應該可以簡單分為三個部份來思考：概念理解、程序執行與問題解決。可是當我們只強調計算能理的程序執行，而忽略深度數學概念理解與真正的社會情境問題解決時，數學學習是不可能讓學生「有感」(鄭勝耀，2016)

研究者顏妙如(2008)認為補救教學的課程在內容上，因教育的

理念、教師的素養、學習的設備以及學生本身的需要，而呈現多樣化。其常用的教學課程內容有補償性、導生式、適性、補充式、加強基礎性及學習策略等課程。茲分別敘述如下：

(一)補償式課程(compensatory program)

補償式課程之學習目標與一般課程相同，但教學方法不同，即以不同的教學方法達到相同的教學目標。

(二)導生式課程(tutorial program)

導生式課程旨在於提供額外的協助，以學習正規課程內容。除了實施一對一或小組教學等教學方式外，其餘與正式課程沒有差異。

(三)適性課程(adaptive program)

適性課程的課程目標與教學目標內容，與正式課程相同；但課程較具彈性，可由教師選編合適的教材，以迎合學生的需求。

(四)補充式課程(supplemental program)

補充式課程的特點，在於提供一般學校普遍忽略、但對學生的日常生活或未來就業非常重要的知識或技能。如對考試不及格的學生提供有關的補充式課程，即協助學生習得通過考試的必要知識或應試作答技巧，以通過各種考試。

(五)加強基礎課程(basic skills program)

加強基礎課程的特點，偏重於學生在正規課程中未能習得的基本技巧。

(六)學習策略訓練課程(learning strategies training program)

採用學習策略課程的教師所教授的課程內容與正規班級不同，其教學重點不是一般的課程內容，而是學習的策略，包括資料的蒐集、整理與組織方法、以及有效的記憶等。

楊鎮澤(2009)認為補救教學的實施無非是要幫助學習成就低落的學生達到三項目標：

- (1)首要重點在於引起學生的學習動機。
- (2)從教材、評鑑、學生上線學習甚至評量都必須具備一致性，最終目標皆是銜接學校課程，回到課堂上。
- (3)能有一套完善的線上課程評鑑規則，針對課程，使學分能有效被認可。

有鑒於補救教學訴求是「把每個孩子帶上來」，依公平正義原則，給與弱勢學生積極性待遇，並提供教學資源(謝孟穎，2016)。故有效的補救教學立基於高專業的教師、創新積極的教學、科學化的教學體系，強調透過完整的補救教學系統，使每位學生擁有基本學力(林志成，2016)。

第三節 均一教育平台

均一教育平台是由財團法人誠致教育基金會創辦。他們的目標是透過雲端平台提供免費的『均等、一流』的教育機會給每一個人。該平台開發教材並積極將平台推廣到教育現場，希望能讓更多我們所關心的孩子儘早使用到均等、一流的教育資源。均一定期公布平台數據週報、開放共享資料撈取程式碼，期待透過公益團體之間的資訊流通、互助，真正瞭解社會上的需求，將影響力逐步擴大，共創平台價值。讓教室裡不再有「客人」，而是讓來自不同背景的每一個孩子都能擁有基本學力，適性、無負擔的學習，培養學習自信、成為自己學習的「主人」。「均一教育平台」自 2012 年 10 月正式上線後，持續受到學生、老師、家長的支持。目前平台上有 2,000 多部影片，超過 25,000 人註冊，全台灣有 60 多個班級在使用，平均每天被觀賞的影片有 3,000 多部、被拿來測驗的練習題有 4,000 題。

「均一教育平台」提供數學、生物、物理及化學等符合學習歷程的短篇教學影片及數位化互動式習題。每一道習題都有即時追蹤作答記錄的功能，當學生自學線上教材時，老師可即時了解學生的學習狀況，成為幫助學生解惑、引導討論與實作找到答案的輔導者。

對學生而言，只要使用能夠上網的電腦或平板，學生就可以使

用龐大的影片圖書館、互動式挑戰以及數學技能分析，包含：完整的個人化自學工具；有系統地找人幫忙；自己的展示頁面、累積分數、徽章來表現成果。對教練、家長、老師而言，均一教育平台讓教練、家長、老師能夠深入了解學生的學習情況，包含：詳細的學生學習歷程；即時的班級報告；清楚的資訊協助做個人輔導。而且網站具有很多遊戲化成分。一旦登入，學習者就會開始從學習中獲得徽章還有點數，越是挑戰自己就越多可以拿來炫耀的成就。

「因材施教」、「有教無類」是許多為人師者一生中最渴望的目標，礙於現實因素，例如大班教學、進度壓力、行政工作、學生差異性大，讓老師有志不得伸。如今有了均一，它的互動功能可幫您省去諸多麻煩，轉將心力放在個別化教學上，成為真正的經師與人師。總體來說對老師而言，均一教育平台具有五大優勢：

(一)不再被綁在講台上講課

均一網站提供 5200 部以上讓學生自主學習的概念小短片，由各科目專業教學者所錄製。對老師來說，可在課前、課中請學生觀看，讓老師不須在台上重複講述相同內容。當單向傳遞資訊由電腦代勞，老師就有餘裕進行更高層次的教學活動，如分組討論、進階練習、實務演練。對學生來說，看影片很方便，隨時隨地都能學習，聽不懂就重播，聽懂了還能快轉，進度完全隨自己而定，而且每部

影片長度僅 5 到 10 分鐘，在學生專注力消失之前，就能將概念講述完畢。目前均一提供數學（國小到高中）、科學（國高中生物、高中物理及化學）、社會（國中公民、地理）、藝術與人文（含音樂）、經典課程（微積分、高中英文單字及文法）、電腦科學等科目的短片，還在持續增加中。

（二）不必自己出題改考卷

均一目前共有 800 套以上的練習題，以數學科為例，每套練習題皆含有數字、題型不盡相同的子題，學生必須答對一定比例的題數才能往下一單元前進，避免因跳躍式作答而難以精熟單一概念。但當學生答不出來時，可點選「提示」，電腦會一步一步引導他解出答案。藉此，老師再也不必像傳統小考或訂正習作，得花許多時間批改，電腦系統會依據學生的答題狀況，判斷熟練程度，如實呈現「精熟」或「掙扎」狀態，老師跟學生可以從後台觀看作答紀錄，答案是否正確、使用了哪些提示、作答花費的時間。透過均一，學生的學習狀況一覽無遺。

（三）不用構思「正增強」的方法

均一平台提供成就系統及遊戲元素，登入後，學生觀看影片、作答練習題都會得到「能量點數」，得到越多點數，除了值得炫耀外，學生還能用能量點數替換不同的顯示圖像。目前均一有二個系列的

顯示圖像，分別是美國可汗學院風格及台灣本土的幾米作品。另外，完成某些特定任務條件後還可獲得「徽章」，徽章也是展示學習成果很棒的一項戰利品。初級的徽章很容易得到，但「史詩級」的徽章可能得花上幾年的努力才能獲得。

(四)不需再問學生「你哪裡不會？」

當老師可透過教練功能看到學生的作答狀況，便可以即時發現是否有人對於某個概念不瞭解（當答題率過低時，系統會顯示「掙扎」狀態），並進行迷思澄清與加強，老師再也不必苦苦追問學生：「你哪裡不會？」

(五)均一本身會不斷進化

均一幾乎每週定期新增練習題與影片，並嘗試使用大數據（big data）與機器學習（machine learning）的技術增進系統適性化、個人化的程度。以近期持續研發的前測（pre-test）系統為例，藉由學生答題的態樣來判斷使用者的程度，幫助學生在均一琳瑯滿目的內容中，迅速找到適合自己的內容。也因此，極力建議學生登入帳號使用均一，當均一能收到的有效數據越多，越能讓系統朝向預測性更高、更準確的方向進化。

第三章 研究方法

本研究依據研究目的及文獻探討，採用單組教學實驗前、後測、延宕後測設計，探討「均一教育平台」輔助高一(10年級)棒球隊數學科待加強之新生的學習成效，使用「數學科成就測驗」了解研究對象之前測、後測、延宕後測的學習成效並於後測進行滿意度調查。本章節旨在說明研究設計與具體實施程序，共分為五節，分別是第一節研究對象、第二節實驗設計、第三節研究工具、第四節教學設計與實施、第五節資料處理與分析。

第一節 研究對象

本研究之研究對象為研究者任教之嘉義市某進修學校高一入學數學科待加強之新生中選出 12 位學生，這 12 位學生均是自願參加補救教學的普通生，他們都是棒球隊隊員，在國中時期因為要訓練要比賽，通常都荒廢了學業，以致成績低落。不僅國、英、數如此，其他科目也是興緻缺缺，是學科成就測驗中的低成就群。但他們仍然有學習意願，因此在實施教學實驗前將有意願參加補救教學之同學 12 人編成一班，進行教學並觀察其學習成就。

第二節 實驗設計

壹、研究變項

一、自變項：係指研究者可以自由操弄或安排的變項，本研究以「均

一教育平台」輔助高中數學補救教學課程為自變項。

二、依變項：係指隨著自變項的改變而產生變化之變項。本研究以

受試對象「數學科成就測驗前、後測」所得到的成績

為依變項。在後測結束時同時進行「滿意度」測量，

最後，在教學實驗結束二周後，再進行「數學科成就

測驗延宕後測」亦為依變項。

三 控制變項：

(一)教學者：本研究者即教學者。

(二)教材內容：以 8 年級「方根的意義」、「方根的求法」、「方根的化簡」、「方根的四則運算」為教材。

(三)教學時間：教學時間為八節課。研究對象利用上課時間於電腦教室進行觀看「均一教學平台」之教學影片並配合「學習單」進行教學活動。

貳、研究架構

本研究依上述的研究目的與研究內容，提出的研究架構如下：

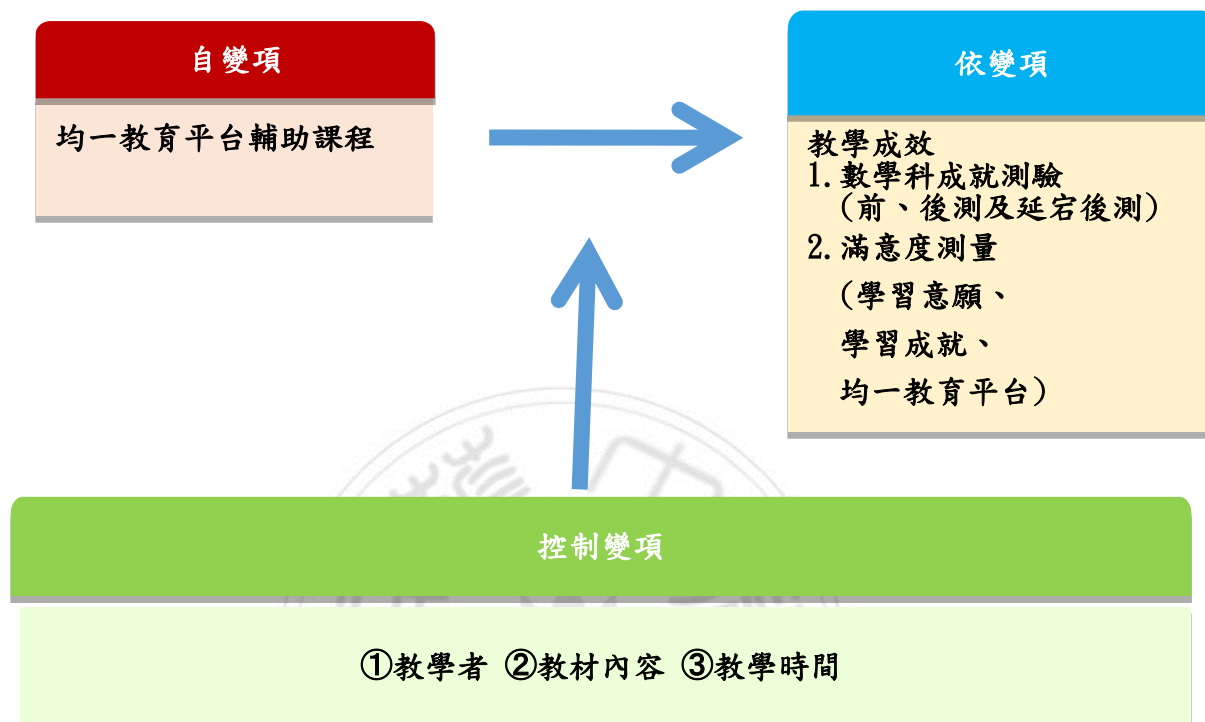
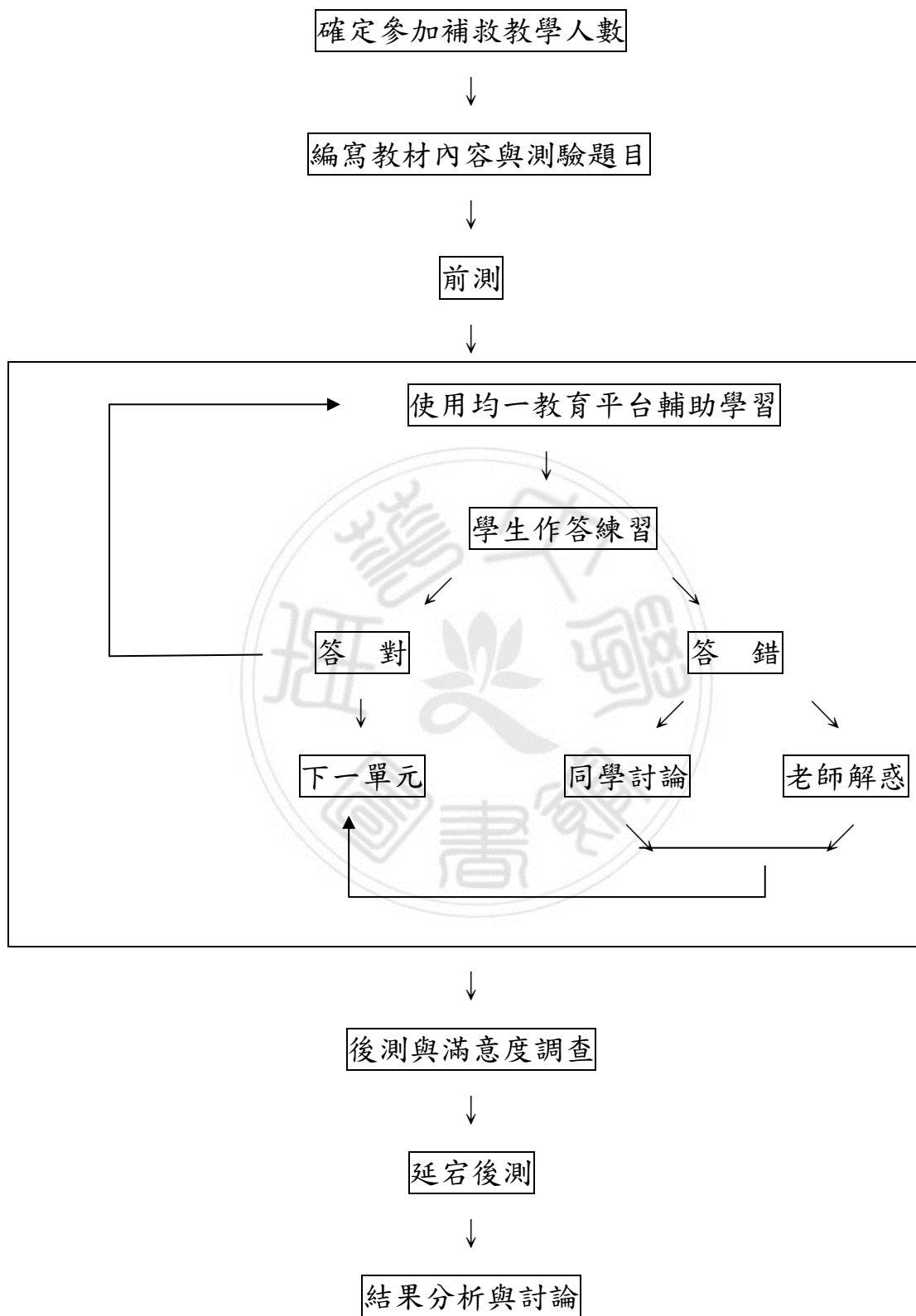


圖 3-2-1 研究架構

參、教學流程



肆、實驗設計

本研究以實施「均一教育平台」輔助高中棒球隊學生之教學實驗為主，配合學生的「學習單」與滿意度問卷調查為輔。

一、量的部分

本研究採取單組實驗前測、後測設計，利用單一實驗組，進行八節課以「均一教育平台」輔助課程進行補救教學。在補救教學前進行數學成就測驗前測；在補救教學課程結束後，實施數學成就測驗後測、滿意度問卷調查；在補救教學實驗結束後二周，再進行成就測驗延宕後測，比較前測、後測所得的分數及問卷結果加以歸納、分析，以探討學習成效。實驗設計如下：

表 3-2：實驗設計

組別	前測	實驗處理	後測	滿意度 問卷調 查	延宕後測
實驗組	A1	B	A2	C	A3

A1：代表實施教學活動前所進行的數學成就前測。

B：代表對研究對象進行教學引導，實施八節課的數學科教學活動。

A2：代表實施教學活動後所進行的數學成就後測。

C：代表實施學習滿意度問卷調查活動。

A3:代表教學活動結束後二周所進行的數學學習態度問卷延宕後測。

二、「學習單」部分

為了解學生在學習上的反應，研究者每次於教學活動後均整理「學習單」，記錄課堂上學生的反應及教學省思，並於實驗結束後，並予以分析結果，以瞭解學生學習態度之變化。

三、學習滿意度問卷調查部分

為了解學生在學習上的滿意度，研究者實施後測結束後，同時並進行學習滿意度問卷調查，以瞭解學生學習滿意度之情形。

第三節 研究工具

壹、二次方根成就測驗試卷

二次方根的學習一直是國中階段必學的一個新概念，國中生藉由方根的學習將原有的數系從有理數系擴展到實數系，同時對日後的高中數學扮演關鍵的角色。本研究根據12年國教課綱之教學內容，由各版本的範例中抽題，編製適合學生程度之試題內容。在命題完畢後，請校內同學年三位數學科教師針對本成就測驗試題進行審題，進行專家效度檢定，以確認前後測題目之敘述及內涵是否恰當，作為本研究成就測驗之前測、後測、延宕後測施測工具。前測、後測、延宕後測的試題題數、難易度和題型均一致。

表 3-3-1 三位數學領域教師資歷名單

教師	任教科目	服務年資
林老師	數學	25 年
陳老師	數學	20 年
賴老師	數學	23 年

成就測驗試卷命題說明如下：

表 3-3-2 成就測驗試卷分析

簡單	中等	困難	總計
32 分	48 分	20 分	100 分

測驗題型	配分	總題數	總計
填充題	每題 5 分	20 題	100 分

貳、二次方根學習之滿意度問卷

問卷量表共有 18 題。本問卷採用 Likert 五點量表計分，選答「非常同意」者給 5 分，「同意」者給 4 分，「沒有意見」者給 3 分，「不同意」者給 2 分，「非常不同意」者給 1 分。分數越高，代表學習動機與學習信心越強，對補救教學的滿意度越高（如附件七）。

問卷量表參考潘愛珍(2006)，數位學習應用在會計學補教教學之研究。而將會計學補教教學改為數學補教教學所形成的。

各構面定義如下表：

表 3-3-3 構面定義

構面	定義
學習意願	做為課程規劃的目標，利用特定時間(空堂課)，實施數位學習教學，提升學習者的興趣。
學習成就	本研究的學習成就，僅對實驗組學生在接受數位學習教學後，對均一教育平台的滿意度加以研究。
數位教材 均一教育 平台媒體	網路上的課程教材皆可以稱為數位教材，該教材內容大多以多媒體方式來製作並呈現，讓使用者可以隨時隨地，不受時間、空間的限制，透過網際網路來進行學習，提高學習者的學習興趣。

資料來源：修自潘愛珍(2006)

專家效度：

本問卷初稿，參考相關文獻及多位相關研究之問卷，並且請教多位學者專家及本校較資深且具豐富教學經驗的數學科教師，經整理總合其意見，已建立良好的內容效度及專家效度。

第四節 教學設計與實施

壹、教學實驗前

一、教學準備工作

準備研究器材及工具，包括電腦教室的使用登記、耳機器材的清點、「均一教育平台」的連結，相關測驗及問卷、學習單印製等。

二、數學學習成就前測(如附件一)

實施數學學習成就前測，測驗題目共 20 題，作答時間 30 分鐘，測驗結果作為了解學生的起點行為，作為分析的參考依據。

三、數學學習成就後測(如附件六)

實施數學學習成就後測，測驗題目共 20 題，作答時間 30 分鐘，測驗結果作為了解學生的終點行為，作為分析的參考依據。

四、數學學習成就延宕後測(如附件八)

實施數學學習成就延宕後測，測驗題目共 20 題，作答時間 30 分鐘，測驗結果作為了解學生的遞延行為，作為分析的參考依據。

五、均一教育平台輔助數學科學習滿意度調查表(如附件九)

實施「數學學習滿意度」分析學生的學習意願是否有提升。

貳、教學活動中

一、教師參考「均一教育平台」教材內容，設計「學習單」(如附件二至五)。學生在課前可以自行觀看影片或做線上練習題，還可以預習「學習單」。課前可以先觀看影片的活動。如果有同學課前無法做預習，則利用課堂上在電腦教室完成。並無實施翻轉教學。同時發放「學習單」有助於教師了解學生學習狀況。

二、課中以學生為中心的學生之學習模式。

(一)、全班授課：每個小單元教學時，教師介紹教材重點和學習目標，以「均一教育平台」作為輔助教學工具。對全班同學直接教學，且補足學生先備知識的不足。

(二)、以學生為中心：教師在課堂上於電腦教室「均一教學平台」教材內容完成教學，學生依據教材內容可隨時舉手中斷請求教師加以闡釋，也可隨時舉手中斷提問。「學習單」有助於教師了解學生學習狀況，學生在「學習單」做練習並且力求精熟教師所授之教材。

(三)、鼓勵發問：教師在課堂上於電腦教室「均一教學平台」教材內容時，視學生課堂反應舉行口頭問答，以評估每一位學生的學習成效。

(四)、表揚獎勵：教師於學生提問或學生回答，不論題目深淺、

答案對錯均給予獎卡或禮物做為獎勵。

(五)、下課鐘響繳交「學習單」：在每一課堂結束後，透過「學

習單」老師可了解學生學習的狀況及成效。

三、教學活動設計簡案

二次方根教學活動簡案

單元名稱	二次方根	教學時間	10 節課
教材來源	根據 12 年國教課綱自編教材	適用年級	8 年級
學習本單元先備知識	1、熟悉正方形面積公式。 2、熟悉正方形邊長與面積的關係。 3、去括號的運算。 4、同類項合併的混合計算。 5、乘法公式的計算。		
教學目標	1、認識方根。 2、運用整數的標準分解式求方根。 3、能了解並化簡方根。 4、能了解去括號的運算與同類項合併的混合計算方法。 5、能了解並熟練方根的四則運算。		
節次	教學活動	時間	
一	1、全體 C 級待加強棒球隊學生到電腦教室進行前測說明並進行前測。	35 分	
	2、教師發下事先設計的學習單，請有意願參加補救教學的學生學會進入均一教學平台並試看國中程度之方根單元，鼓勵學生能踴躍參加數學科補救教學。	10 分	

二	<p>1、全班到電腦教室觀看均一教學平台:國二部分----根號的基本概念，並試做練習題。</p> <p>2、教師發下事先設計的學習單，請學生看完影片及做完練習題後，完成本單元第一張學習單並繳回。</p>	<p>25分</p> <p>20分</p>
三	<p>1、針對第二節課程再到電腦教室觀看均一教學平台----根號的基本概念，並提出問題由學生回答，使學生再複習一次。</p> <p>2、線上測驗。(同儕提問、老師解惑)</p>	<p>10分</p> <p>35分</p>
四	<p>1、全班到電腦教室觀看均一教學平台:國二部分----如何算根號的值，並試做練習題。</p> <p>2、全班共同討論：一元二次方程式 $x^2=a^2$ 的解法與答案。</p> <p>3、全班共同討論：一元二次方程式 $x^2=a$ 的解法與答案。</p> <p>4、觀看均一教學平台:國二部分----如何用標準分解式求根號的值。</p> <p>5、利用短除法將正整數化成標準分解式並完成 1~100 的正平方根之化簡。</p> <p>6、完成本單元第二張學習單並繳回。</p>	<p>5分</p> <p>5分</p> <p>5分</p> <p>5分</p> <p>15分</p> <p>10分</p>
五	<p>1、針對第四節課程再到電腦教室觀看均一教學平台----如何算根號的值，如何用標準分解式求根號的值，並提出問題由學生回答，使學生再複習一次。</p> <p>2、線上測驗。(同儕提問、老師解惑)</p>	<p>10分</p> <p>35分</p>
六	<p>1、全班到電腦教室觀看均一教學平台:國二部分----方根的四則運算(加、減、乘法)的內容。</p> <p>2、複習國一課程：去括號，並熟練之，以建立正確觀念。</p> <p>3、複習國一課程：同類項合併，並熟練之，以建立正確觀念。</p> <p>4、完成本單元第三張學習單並繳回。</p>	<p>15分</p> <p>10分</p> <p>10分</p> <p>15分</p>

七	1、針對第六節課程再到電腦教室觀看均一教學平台----方根的四則運算(加、減、乘法)，並提出問題由學生回答，使學生再複習一次。 2、線上測驗。(同儕提問、老師解惑)	10分 35分
八	1、全班到電腦教室觀看均一教學平台:國二部分----方根的四則運算(除法、分母有理化、四則運算)的內容。 2、複習國二課程：乘法公式，並熟練之，以建立正確觀念。 3、複習國二課程：分母有理化，並熟練之，以建立正確觀念。 4、完成本單元第四張學習單並繳回。	15分 10分 10分 15分
九	1、針對第六節課程再到電腦教室觀看均一教學平台----方根的四則運算(除法、分母有理化、四則運算)，並提出問題由學生回答，使學生再複習一次。 2、線上測驗。(同儕提問、老師解惑)	10分 35分
十	1、全班進行後測。 2、全班進行滿意度調查。	35分 10分

參、教學實驗後

一、數學學習成就後測(如附件六)：

實施數學學習成就後測，其測驗結果和前測做比較分析，了解學習成效。

二、滿意度問卷調查：瞭解學生學習意願、學習滿意度、均一教學媒體之變化(如附件九)。

三、數學學習延宕測驗：了解學生在教學實驗後，學習知識能否持續。延宕測驗在教學實驗結束後兩個星期後實施(如附件八)。

第五節 資料處理與分析

本研究將所採用的資料分析方法說明如下：

壹、量化資料

本研究資料整理方式，主要為「量」的分析，即對於實驗組在「學習成就測驗總分」、「給一正方形面積求邊長」、「給任意一數求平方根」、「求正整數的標準分解式」、「求化簡根式」及「根式的四則運算」上的得分，使用 SPSS 統計套裝軟體處理，並將統計結果加以分析。本研究統計分析含前測、後測、延宕測驗，方式如下：

成對樣本 t 檢定

01. 瞭解成就測驗「總分」在前、後測的變化。
02. 瞭解成就測驗「給一正方形面積求邊長」在前、後測的變化。
03. 瞭解成就測驗「給任意一數求平方根」在前、後測的變化。
04. 瞭解成就測驗「求正整數的標準分解式」在前、後測的變化。
05. 瞭解成就測驗「求化簡根式」在前、後測的變化。
06. 瞭解成就測驗「根式的四則運算」在前、後測的變化。
07. 瞭解成就測驗「總分」在後測及延宕測驗的變化。

08. 瞭解成就測驗「給一正方形面積求邊長」在後測及延宕測驗的變化。

09. 瞭解成就測驗「給任意一數求平方根」在後測及延宕測驗的變化。

10. 瞭解成就測驗「求正整數的標準分解式」在後測及延宕測驗的變化。

11. 瞭解成就測驗「求化簡根式」在後測及延宕測驗的變化。

12. 瞭解成就測驗「根式的四則運算」在後測及延宕測驗的變化。

貳、滿意度問卷調查資料

本研究中以滿意度問卷調查，以瞭解學生透過均一教育平台實施補救學之可靠性。問卷調查結果(如表 4-2)。

第四章 研究結果和分析

本研究以嘉義市某高級中學進修部棒球隊學生為實驗對象，以進行均一教育學平台輔助高中棒球隊數學科補救教學研究。本章將針對實驗教學後所得的結果，進行統計分析，並加以解釋和討論。

以下是本章將探討的兩個層面：

第一節、學習成就 T 檢定

壹、瞭解成就測驗「總分」在前、後測的變化。

表 4-1-1 學生在總分的前、後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
<總分>前測	37.91	12	21.68
<總分>後測	57.91	12	14.99

表 4-1-2 學生在總分的前、後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
<總分> 後測-前測	20.0	12	10.00	6.928	11	0.000***

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

從數據看來，顯著性高，整體成就測驗表現非常良好。這群棒球隊的學生並不是笨，而是沒有用對學習方法，加上老師匆匆帶過，這群棒球隊的學生很容易就放棄學習。在 10 堂的補救教學中，他們認真聽課，力求上進，讓研究者非常感動。平均分數進步 20 分，相

當於多答對 4 題。對這群棒球隊會考得 C 的學生而言，他們從完全放棄到願意再嘗試，著實不易。雖然平均仍然不及格，但他們卻說這是他們認真的結果。不是以前全憑運氣的猜答分數，分數很實在。尤其前測的標準差高達 21.68，補救教學之後標準差縮小為 14.99，表示素質整齊了許多。

貳、瞭解成就測驗「總分」在後測及延宕測驗的變化。

表 4-1-3 學生在總分的後測、延宕後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
<總分>後測	57.91	12	14.99
<總分>延宕後測	57.08	12	14.38

表 4-1-4 學生在總分的後測、延宕後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
<總分>延宕後測-後測	-0.83	12	5.15	-.561	11	0.586

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

後測二週之後再實施延宕測驗，發現這群棒球隊的學生學習遞延效果不錯，雖然總平均分數退步，也沒達顯著水準。究其原因發現學生對「根式的四則運算」運算吃力，值得後續研究。

叁、瞭解成就測驗「給一正方形面積求邊長」在前、後測的變化。

表 4-1-5 學生在〈求邊長〉的前、後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈求邊長〉前測	12.92	12	2.58
〈求邊長〉後測	13.33	12	2.46

表 4-1-6 學生在〈求邊長〉的前、後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈求邊長〉後測-前測	0.42	12	2.58	.561	11	0.586

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

在此項目中前、後測沒達顯著水準，究其原因題目簡單，小學的程度都可輕鬆答對。但是如果「給一正方形面積求邊長」中正方形面積是分數或小數，則本大題的答對率將大為下降。常見的錯誤例如：正方形面積為 0.04 求邊長為多少？學生答：0.02。又例如正方形面積為 $\frac{3}{27}$ 求邊長為多少？學生答：無法求算。

肆、瞭解成就測驗「給任意一數求平方根」在前、後測的變化。

表 4-1-7 學生在〈求平方根〉的前、後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈求平方根〉前測	13.75	12	6.78
〈求平方根〉後測	16.25	12	4.83

表 4-1-8 學生在〈求平方根〉的前、後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈求平方根〉後測-前測	2.5	12	2.61	3.317	11	0.007**

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

在本項目中，學生最容易忽略的就是負平方根。經過多次提醒之後錯誤減少。而且對於負數的平方根常用 $\sqrt{-a}$ 表之。在補救教學中常常反問 $\sqrt{-2}$ 到底存不存在？

如果負數的平方仍是正，那麼在實數中就沒有平方為負數的數存在。而 $\sqrt{-2}$ 在高中的複數系才會提到。利用反問法突破學生的盲點。至於 0 的平方根，有研究者指出學生會答不存在。但在本班中學生直觀認為就是 0，因此不予討論。

伍、瞭解成就測驗「給任意一數求平方根」在後測及延宕測驗的變化。

表 4-1-9 學生在〈求平方根〉的後測、延宕後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈求平方根〉後測	16.25	12	4.83
〈求平方根〉延宕後測	15.42	12	4.98

表 4-1-10 學生在〈求平方根〉的後測、延宕後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈求平方根〉延宕後測-後測	-0.83	12	2.89	1.00	11	0.339

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

後測二週之後再實施延宕測驗，發現這群棒球隊的學生學習遞延效果不錯，雖然總平均分數退步，但沒達顯著水準。

陸、瞭解成就測驗「求正整數的標準分解式」在前、後測的變化。

表 4-1-11 學生在〈求標準分解式〉的前、後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈求標準分解式〉前測	3.33	12	4.43
〈求標準分解式〉後測	14.17	12	5.97

表 4-1-12 學生在〈求標準分解式〉的前、後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈求標準分解式〉後測-前測	10.83	12	3.6	10.46	11	0.000***

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

有些學生根本不瞭解題意，何謂「求正整數的標準分解式」。可見國中基礎之薄弱，他們仍停留在九九乘法表的框架之下，例如 $72 = 9 * 8$ ，經過樹狀圖的解說後大部分的同學可以將 72 改寫成標準分解式 $2^3 * 3^2$ ，少部分的同学稍嫌困難。不過整體看來進步了 10.83 分，相當於 2 題，頗堪欣慰。但標準差卻由 4.43 升至 5.97，可見還是有些同學學習仍顯困難。

柒、瞭解成就測驗「求正整數的標準分解式」在後測及延宕測驗的變化。

表 4-1-13 學生在〈求標準分解式〉的後測、延宕後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈求標準分解式〉後測	14.17	12	5.97
〈求標準分解式〉延宕後測	12.50	12	6.22

表 4-1-14 學生在〈求標準分解式〉的後測、延宕後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈求標準分解式〉 延宕後測-後測	-1.67	12	2.46	-2.345	11	0.39

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

後測二週之後再實施延宕測驗，發現這群棒球隊的學生學習遞延效果不錯，雖然總平均分數退步，但沒達顯著水準。值得注意的是延宕後測的標準差驟升至 6.22 表示有學到的記住了，沒學到的仍退回國小九九乘法表的框架之下，值得警惕。

捌、瞭解成就測驗「求化簡簡單根式」在前、後測的變化。

表 4-1-15 學生在〈求化簡簡單根式〉的前、後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈求化簡簡單根式〉前測	4.58	12	4.17
〈求化簡簡單根式〉後測	14.58	12	5.82

表 4-1-16 學生在總分的前、後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈求化簡簡單根式〉 後測-前測	10.42	12	4.98	7.24	11	0.000***

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

由於學生學會了標準分解式再利用完全平方數去分解，但仍有學生將 $\sqrt{72}$ 化簡為 $3\sqrt{8}$ ，整體性而言，平均進步了 10.42 分，相當於 2 題。但值得注意的是標準差由前測的 4.17 升到後測的 5.82，表示有些同學仍跟不上來。

玖、瞭解成就測驗「求化簡簡單根式」在後測及延宕測驗的變化。

表 4-1-17 學生在〈求化簡簡單根式〉的後測、延宕後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈求化簡簡單根式〉後測	14.58	12	5.82
〈求化簡簡單根式〉延宕後測	12.92	12	6.20

表 4-1-18 學生在〈求化簡簡單根式〉的後測、延宕後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈求化簡簡單根式〉 宕後測-後測	-1.67	12	2.36	-2.500	11	0.25

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

後測二週之後再實施延宕測驗，發現這群棒球隊的整體學生學習遞延效果不錯，雖然總平均分數退步，但沒達顯著水準。但值得注意的是標準差由後測的 5.82 升到延宕後測的 6.20，表示有些同學未能學到要點。

拾、瞭解成就測驗「根式的四則運算」在前、後測的變化。

表 4-1-19 學生在〈根式的四則運算〉的前、後測之成對樣本統計量

項目	平均數	個數	標準差
〈根式的四則運算〉前測	0.00	12	0.00
〈根式的四則運算〉後測	2.92	12	3.34

表 4-1--20 學生在〈根式的四則運算〉總分的前、後測之成對樣本 t 檢定

項目	平均數	個數	標準差	t	自由度	顯著性 (雙尾)
〈根式的四則運算〉 後測-前測	2.92	12	3.34	3.023	11	0.12

* $p \leq 0.05$ ** $p \leq 0.01$ *** $p \leq 0.001$

學生在「根式的四則運算」可謂困難重重，從前測的平均 0 分到後測的平均 2.92 分就可看出。他們平均進步不到 1 題，值得後續研究。從紙筆測驗中將他們常犯的錯誤列舉如下：

(一)、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$: 在課堂上已經說明這是致命的錯誤，但是學生在考試時仍順手寫出，以致出錯。

(二)、不知化簡為同類方根：例如 $\sqrt{32} - \sqrt{8} = ?$ (空白)。

但如果寫成 $4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = ?$ 則可答為 $2\sqrt{2}$ 。顯示對於先化簡再運算對他們來說是困難的。

(三)、分配律不熟：例如 $2(3\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 6\sqrt{5} - \sqrt{3}$ ，以致於所有去括號的題型若沒有良好的分配律觀念是不可能答對的。

(四)、100 以上的完全平方數不熟悉：例如 $\sqrt{225} + \sqrt{441} = ?$

(答案空白)。

但如果寫成 $\sqrt{(15)^2} + \sqrt{(21)^2} = ?$ 則學生幾乎完全答對。

(五)、小數(分數)完全平方數不熟悉：例如 $\sqrt{2.56} + \sqrt{2.89} = ?$

(答案空白)。

但如果寫成 $\sqrt{(1.6)^2} + \sqrt{(1.7)^2} = ?$ 則學生幾乎完全答對。

(六)、乘法公式誤用： $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ； $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ ，

以至於化簡錯誤。

$$\text{例如：} \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{3};$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

(七)、 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 型與 $\frac{1}{\sqrt{a+b}}(\frac{1}{a+\sqrt{b}})$ 型混淆，以至於化簡錯誤。

$$\text{例如：} \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}}{3}; \quad \frac{2}{5-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5-3} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(八)、粗心大意將 $(\sqrt{a}+b)(\sqrt{a}-b) = a-b$;

$$(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a-b$$

$$\text{例如：} \frac{3}{\sqrt{5}-2} = \frac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{3(\sqrt{5}+2)}{5-2} = \sqrt{5}+2$$

$$\frac{4}{\sqrt{11}-3} = \frac{4(\sqrt{11}+3)}{(\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3)} = \frac{4(\sqrt{11}+3)}{11-3} = \frac{4(\sqrt{11}+3)}{8} = \frac{\sqrt{11}+3}{2}$$

綜合以上八種錯誤類型，使得他們答題正確率偏低，講解練習

後之測驗成績無顯著差異，有待繼續研究。

第二節、滿意度調查結果

表 4-2 每個構面百分比分析 單位:%

構 面	非 常 同 意	同 意	沒 意 見	不 同 意	非 常 不 同 意	平 均 值
學習意願	16.7	50.0	33.3	0	0	同意
學習成就	8.3	25.0	58.4	8.3	0	沒 意 見
數位教材及教學媒體	25.0	50.0	25.0	0	0	同意
整體學習滿意度	25.0	41.7	33.3	0	0	同意

利用均一教育平台輔助補救教學對於棒球隊的高一學生很有吸引力。從數據看來沒有非常不同意的反應。除了學習成就外，大部分的學生皆對此教學模式投下非常同意的一票，學生之間互動頻繁，秩序稍需控制，比起死氣沉沉的低迷學習態度有天壤之別。學生的滿意度極佳，學生希望教材能夠簡化，講述能夠放慢，如果不懂還能有機會重聽。這些在均一教學平台大部分都能滿足學生。唯獨學

習成就測驗，學生普遍不喜歡，也許太多挫折感打擊了他們應有的自信。如果採用非紙筆測驗，這群棒球隊的學生會樂於跟研究者分享他們的看法與意見。但在僵固的會考之下他們只好淪為犧牲品。學校教師對他們不與要求，家長因他們的學業失敗轉而往棒球發展。如此一來如何要求他們的學業成績呢？能來進修部上課、不翹課、不打瞌睡已經難能可貴，還能要求好成績嗎？可是當他們遇到均一教學平台輔助補救教學，他們的眼睛亮了，耳朵開了，上課較為專心，其答題意願表現較為積極且答題相對較為良好，真是不可同日而語。



第五章 結論

本章就二次方根學習課程對棒球隊學生的學習結果分成六節說明如下：

第一節、「給一正方形面積求邊長」

在此單元中前、後測沒達顯著水準，究其原因是題目數值簡單，有些題目只要小學的程度都可輕鬆答對。利用均一教育平台中的圖片講解，更能引起共鳴。但是如果「給一正方形面積求邊長」中正方形面積是分數或小數，則本大題的答對率將大為下降。常見的錯誤例如：正方形面積為 0.04 求邊長為多少？正方形面積為 $\frac{3}{27}$ 求邊長為多少？學生答對率稍微下降。前者學生錯誤作答為 0.02，後者錯誤作答為 $\sqrt{\frac{3}{27}}$ 或無法求算。由此可見當正方形面積為非最簡分數或小數時求正方形邊長對學生而言並不是熟練，需要利用他們的錯誤答案推翻已知題目的矛盾證法，導正謬誤。

第二節、「給任意一數求平方根」

在本單元，學生最容易忽略的就是負平方根。在教學過程中利用均一教育平台，很快得找到「負整數乘負整數」這個單元，講師利用水庫水位的例子來闡釋，他說水庫每天下降 a 單位那麼 b 天前

比現在高 ab 單位，用 $(-a) * (-b) = ab$ 表之。慢慢地，學生經過多次講解之後終於了解 $(-a)(-a) = a^2 = (a)(a)$ ，使得學生作答錯誤減少。學生對於負數的平方根常用 $\sqrt{-a}$ 錯誤表示，在均一教育平台中講師用一個式子：「 $\sqrt{\text{正方形面積} = \text{正方形邊長}}$ 」。在此式子下讓學生直覺了解 $\sqrt{-a}$ 的不存在，突破學生的盲點，而有很好的教學效果。

第三節、「求正整數的標準分解式」

補救教學前，學生仍停留在九九乘法表的框架之中，例如： $72 = 9 * 8$ 。經過均一教育平台講師的解說下，利用樹狀圖或短除法將 72 表成 $2^3 * 3^2$ 。其實大部分的學生皆認同 $72 = 9 * 8 = 8 * 9 = 2^3 * 3^2$ ，只是不知道為何要寫成標準分解式。研究者告知這是最簡最美的連乘，對下一單元「求化簡根式」很有幫助，於是學生進步迅速。還是有些學生學習仍顯困難，仍需大量練習導正錯誤。

第四節、「求化簡根式」

由於學生學會了標準分解式再利用完全平方數去分解，整體性而言，平均進步很多。在均一教育平台中講師利用「 $\sqrt{\text{正方形面積} = \text{正方形邊長}}$ 」將 $\sqrt{a^2 b^4 c}$ 改寫為 $ab^2 \sqrt{c}$ 。學生接受度高，但仍有學生將 $\sqrt{72}$ 化簡為 $3\sqrt{8}$ ，值得注意的是如果判斷同類方根有困難，將影響「根式的加減運算」的作答。

第五節、「根式的四則運算」

棒球隊球員經過國中淺化、弱化的結果，求邊長、求平方根、求標準分解式、求化簡簡單根式，還算可以。但「根式的四則運算」這是他們最弱的單元。在均一教育平台輔助下已有好轉跡象，但可能受限於授課時數稍短，學生練習不足，教學成效仍有進步空間。由前測、後測、延宕後測中將學生常犯的錯誤列舉如下：

(一)、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$: 在課堂上已經說明這是致命的錯誤，但是學生在考試時仍順手寫出，以致出錯。

(二)、要寫成同類方根才會化簡：例如 $\sqrt{32} - \sqrt{8} = ?$ (空白)。

但如果寫成 $4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = ?$ 則可答為 $2\sqrt{2}$ 。顯示對於先化簡再運算對他們來說是困難的。

(三)、分配律不熟：例如 $2(3\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 6\sqrt{5} - \sqrt{3}$ ，以致於所有去括號的題型若沒有良好的分配律觀念是不可能答對的。

(四)、100 以上的完全平方數不熟悉：例如 $\sqrt{225} + \sqrt{441} = ?$

(答案空白)。

但如果寫成 $\sqrt{(15)^2} + \sqrt{(21)^2} = ?$ 則學生幾乎完全答對。

(五)、小數(分數)完全平方數不熟悉：例如 $\sqrt{2.56} + \sqrt{2.89} = ?$

(答案空白)。

但如果寫成 $\sqrt{(1.6)^2} + \sqrt{(1.7)^2} = ?$ 則學生幾乎完全答對。

(六)、乘法公式誤用： $(a+b)^2=a^2+b^2$ ； $(a-b)^2=a^2-b^2$ ，

以至於化簡錯誤。

$$\text{例如：} \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{3} ;$$
$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$$

(七)、 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 型與 $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$ ($\frac{1}{a+\sqrt{b}}$)型混淆，以至於化簡錯誤。

$$\text{例如：} \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}}{3} ; \frac{2}{5-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5-3} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(八)、粗心大意將 $(\sqrt{a}+b)(\sqrt{a}-b) = a-b$ ；

$$(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a-b$$

$$\text{例如：} \frac{3}{\sqrt{5}-2} = \frac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{3(\sqrt{5}+2)}{5-2} = \sqrt{5}+2$$
$$\frac{4}{\sqrt{11}-3} = \frac{4(\sqrt{11}+3)}{(\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3)} = \frac{4(\sqrt{11}+3)}{11-3} = \frac{4(\sqrt{11}+3)}{8} = \frac{\sqrt{11}+3}{2}$$

綜合以上八種錯誤類型，使得他們答題正確率偏低，講解練習後之測驗成績無顯著差異，可能是他們的練習時間不足，錯誤的答題習慣未能及時改正，造成測驗成績無顯著提升。

第六節、總結

本研究以嘉義市某高級中學進修學校棒球隊學生為實驗對象，他們是學習落後的弱勢。絕大部分的學生對數學沒有學習動機，但對線上遊戲卻很熱衷。基於此現象，採用均一教育平台融入數學科補救教學對他們來說是吸引力十足。即使是相同的內容經由均一教育平台授課講師講解似乎得到較好的效果，對長期重術科不重學科

的現實狀況下，提升學習動機變成首要之務。在補救教學的過程中，沒有人打瞌睡，沒有人嬉鬧，學生都聚精會神聆聽講師講解課程，遇到問題勇於提問，而不會受到同儕或老師嘲笑。從滿意度調查表的分數顯示，除了學習成就外，大部分的學生皆對此教學模式投下非常同意的一票，比起以往死氣沉沉的低迷學習態度有天壤之別。對於二次方根他們不再排斥，反而用一種新鮮好奇的態度對待。在單元「求邊長」因有國小數學基礎幾乎沒有太大問題，在單元「給任意一數求平方根」、「求正整數的標準分解式」、「求化簡簡單根式」進步最多，透過數狀圖可以清楚知道一個數是由哪幾個質因數所構成，進而解出平方根與化簡簡單根式，至於「根式的四則運算」則是比較困難，其原因不外乎錯誤概念；計算錯誤；不熟練。相信只要學生願意多做練習一定可以突破困難。「棒球」是我國的國球，「嘉義」是「棒球」的原鄉，我們企盼學生有精彩球技之外也有學科的基本素養，落實補救教學的本意——「把每一位學生帶上來」。希望他們最終目標皆是銜接學校課程，回到課堂上。簡化評鑑規則，針對課程，使學分能有效被認可，這才是補救教學真正的目的。

____班____號 姓名：_____

一：求邊長

1. 一個面積為 64 的正方形其一邊邊長為_____。

2. 一個面積為 3 的正方形其一邊邊長為_____。

3. 一個面積為 9^2 的正方形其一邊邊長為_____。

二：求平方根

4. 25 的平方根為_____。

5. 0 的平方根為_____。

6. $(-7)^2$ 的平方根為_____。

7. -9 的平方根為_____。

三：求標準分解式(例： $20=2*2*5=2^2*5$)

8. $24=$ _____。

9. $32=$ _____。

10. $98=$ _____。

11. $125=$ _____。

四：化簡下列根式

12. $\sqrt{12} =$ _____。

13. $\sqrt{18} =$ _____。

14. $\sqrt{54} =$ _____。

15. $\sqrt{75} =$ _____。

五：化簡下列各式

16. $(\sqrt{8}+1)-(2+\sqrt{50})=$ _____。

17. $(2\sqrt{18}-3)-3(1-\sqrt{12})=$ _____。

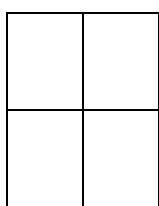
18. $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=$ _____。

19. $(\sqrt{3}-2)\div\sqrt{2}=$ _____。

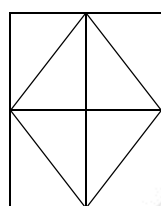
20. $(\sqrt{3}+1)\div(\sqrt{3}-1)=$ _____。

一、探索活動

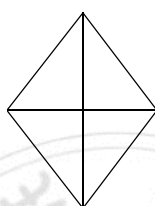
請拿出附件那張邊長為 2 的正方形色紙(如圖一)，再請你將這個正方形的四角折向中心點(如圖二)，摺好的正方形如圖三，讓我們來看看這個新的正方形有什麼有趣之處吧！



圖(一)



圖(二)



圖(三)

問題一：算算看摺出來新的正方形的面積。

(提示：邊長兩公分的正方形扣掉外面四個等腰直角三角形)

問題二：用你的尺量一下摺出來新的正方形的邊長到底有多長

(越精細越好)。

問題三：請同學們用上面量出來的邊長算出摺出來新的正方形面積。

問題四：明明是同一個正方形，為什麼用不同的算法會造成面積的差異？到底哪個面積是對的？為什麼？

問題五：怎麼表示這種面積為 2 的正方形的邊長？

老師想說的話：以前遇到面積為 4 的正方形，我們可以很快的反應出邊長就是 2，但是由以上活動我們發現，在生活中可以找到面積為 2 的正方形，但是邊長卻很難表示成確切值，所以新符號的發展就開始被需要了。

二、認識根號

從摺紙的活動中，我們發現暫時無法用之前學過的數來表示面積為 2 的正方形的邊長，我們可以先假設邊長為 x ，接下來我們可以用式子表示，即 $x^2 = 2$ ，而我們就用新的符號“ $\sqrt{2}$ ”（唸為“根號 2”）來表示面積為 2 的正方形的邊長，也就是說面積為 2 的正方形，邊長可表示為 $\sqrt{2}$ ，同樣地，面積為 3 的正方形，邊長可表示為 $\sqrt{3}$ 。

以後當我們知道正方形的面積之後，要表示它的邊長就不難了，如果一個正方形的面積是 a ，那麼它的邊長就是 \sqrt{a} ，唸為“根號 a ”。

面積是 144 的正方形，邊長可以寫成_____，也可以寫成_____

所以： $\sqrt{144}=\underline{\hspace{2cm}}$

練習

(1) 面積為 5 的正方形邊長為多少？

(2) 面積為 16 的正方形邊長為多少？

(3) 邊長為 5 的正方形，其面積為多少？

(4) 邊長為 21 的正方形，其面積為多少？

一、平方根的意義

以前我們學過平方的概念，例如：我們說 3 的平方是 9，用式子我們可以表示為 $3^2=9$ ；又例如： $\frac{1}{3}$ 的平方是 $\frac{1}{9}$ ，表示為 $(-\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$ ，若 $b^2=a$ ，以前我們常常說 a 是 b 的平方，現在我們反過來敘述，我們說 b 是 a 的平方根(即 b 自己乘自己會等於 a)。以上面的例子來說，由於 $3^2=9$ ，我們就說 3 是 9 的(正)平方根， $(-\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$ ，我們就說 $-\frac{1}{3}$ 是 $\frac{1}{9}$ 的(負)平方根。

動動腦：你認識的數之中，除了 3 乘 3 等於 9 之外，還有沒有其他數自己乘自己會等於 9？

概念一點通：每個正數的平方根都會有兩個，一個是正的我們稱為正平方根，另一個是負的，我們稱為負平方根。

動動腦：0 的平方根是什麼呢?(也就是哪個數字自己乘自己是 0?)

重點提示：0 的平方根就是 0

練習：

1. 25 的平方根為_____ (提示:有兩個)

2. $\frac{1}{4}$ 的平方根為_____ (提示:有兩個)

3. (1) 12 的正平方根為_____

(2) 7 的負平方根為_____

4. (1) 試求所有滿足 $a^2=8$ 的 a 。(共有兩個)

(2) 試求所有滿足 $k^2=13$ 的 k 。(共有兩個)

5. (1) 17 的平方根為_____

(2) 24 的平方根為_____

6. 試求(1) $\sqrt{64}=\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $-\sqrt{81}=\underline{\hspace{2cm}}$

7. 試求(1) $\sqrt{0.01}=\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $-\sqrt{0.25}=\underline{\hspace{2cm}}$

動動腦：你能找出 -4 的平方根嗎？為什麼？

重點提示：負數 沒有 平方根

想想看 我們知道一個不是 0 的數平方之後都會是正數 所以

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3,$$

是可以被我們接受的，這時我們發覺根號開出來的一定是正的，所

以我們可以推斷：

$$\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

二、利用標準分解式化簡為最簡根式

範例一：試將 $\sqrt{18}$ 化為最簡根式

解： $18=2\times 3\times 3$ ， $\sqrt{18}=\sqrt{2\times 3\times 3}=\sqrt{2}\times \sqrt{3^2}=\sqrt{2}\times 3=3\sqrt{2}$

範例二：試將 32 化為最簡根式

解： $32=2\times 2\times 2\times 2\times 2$ ， $\sqrt{32}=\sqrt{2}\times \sqrt{2^4}=\sqrt{2}\times 4=4\sqrt{2}$

練習 3：

將下列根式化成最簡根式

1. $\sqrt{63}=\underline{\hspace{2cm}}$

2. $\sqrt{8}=\underline{\hspace{2cm}}$

3. $\sqrt{150}=\underline{\hspace{2cm}}$

4. $\sqrt{6}\times \sqrt{21}=\underline{\hspace{2cm}}$

5. $\sqrt{8^2\times 7}=\underline{\hspace{2cm}}$

最簡根式：若正整數 a 可以分解成 $a = b^2 \times c$ ，其中 b 與 c 為正整數；而且 c 沒有大於 1 的平方數的因數，

則 $\sqrt{a} = \sqrt{b^2 \times c} = \sqrt{b^2} \times \sqrt{c} = b\sqrt{c}$ 。我們將 \sqrt{a} 化成 $b\sqrt{c}$ 的過程稱為根式的化簡。而 $b\sqrt{c}$ 就稱為最簡根式。



主題一：根式的係數積

前面介紹了含有根號的數，沒錯，雖然它們長得很陌生，不過它們都是一個數字喔！那麼它們之間是怎麼運算的呢？讓我們來看一看。

這時我們要先想想我們在學多項式的時候，3 乘以 x 我們可以寫成 $3x$ ，那麼 3 乘以根號 2 呢？沒錯！ $3 \times \sqrt{2}$ 我們就記成 $3\sqrt{2}$ ，那麼 $\frac{1}{3}$ 倍的 $\sqrt{2}$ 呢？

只要熟悉多項式的模式，相信你完全可以學得很好！讓我們練習看看吧！

練習 1：

運算下列各式：

1. $12 \times \sqrt{6} =$ _____

2. $(-8) \times \sqrt{3} =$ _____

3. $(-5) \times 3\sqrt{7} =$ _____

主題二：同類方根的合併(根式的加法、減法)

在學會兩個根號相除之後，那如果兩個根號要加減運算的話要怎麼做呢？，還記得在學多項式的時候有同類項合併的概念嗎？如果你還記得的話那就恭喜你囉！這裡的想法一模一樣。

範例 1: $2 \times \sqrt{3} + 5 \times \sqrt{3}$ 可以看成 2 個 $\sqrt{3}$ 加上 5 個 $\sqrt{3}$ ，所以總共有 7 個 $\sqrt{3}$ 。

$$\text{故 } 2 \times \sqrt{3} + 5 \times \sqrt{3} = (2+5) \times \sqrt{3} = 7 \times \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

範例 2: $2 \times \sqrt{5} - 4 \times \sqrt{5}$ 可以看成 2 個 $\sqrt{5}$ 減掉 4 個 $\sqrt{5}$ ，

$$\text{故 } 2 \times \sqrt{5} - 4 \times \sqrt{5} = (2-4)\sqrt{5} = -2\sqrt{5}。$$

二、分配律

$m(a+b) = ma + mb$	$(a+b)x = ax + bx$
$m(a-b) = ma - mb$	$ax + bx = (a+b)x$
$ma + mb = m(a+b)$	$(a-b)x = ax - bx$
$ma - mb = m(a-b)$	$ax - bx = (a-b)x$

練習

1. $2\sqrt{7}-3\sqrt{7}=\underline{\hspace{2cm}}$

2. $3\sqrt{5}+2\sqrt{3}-4\sqrt{5}-5\sqrt{3}=\underline{\hspace{2cm}}$

3. $\sqrt{18}-\sqrt{72}+\sqrt{27}=\underline{\hspace{2cm}}$

4. $\sqrt{\frac{5}{3}}-\sqrt{\frac{3}{5}}=\underline{\hspace{2cm}}$



主題一：根式的除法

如果今天有兩個根號相除會怎麼樣呢？讓我們看看另一個根式的重要

要運算法則：

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

說明：

$$(\sqrt{3} \div \sqrt{5})^2 = (\sqrt{3} \div \sqrt{5}) \times (\sqrt{3} \div \sqrt{5}) = (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \div (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) = 3 \div 5 = \frac{3}{5}$$

所以 $\sqrt{3} \div \sqrt{5}$ 是 $\frac{3}{5}$ 的正平方根，所以 $\sqrt{3} \div \sqrt{5} = \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{3 \div 5}$

練習：

化簡下列根式

1. $\sqrt{18} \div \sqrt{2} =$

2. $\sqrt{15} \div \sqrt{3} =$

$$3. \sqrt{\frac{4}{3}} \div \sqrt{\frac{2}{9}}$$

主題二：利用通分將分母的根號消去

習慣上，我們不喜歡分母的位置有根號出現，怎麼辦呢？可以將分子

分母同乘以原本在分母的那個數，例如： $\sqrt{5} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 2}{2 \times 2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

那麼分母的根號就會不見了！

當 a 、 b 是正整數時， $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$

練習：

化簡下列根式

1. $\sqrt{5} \div \sqrt{3} =$

2. $2\sqrt{6} \div \sqrt{12} =$

3. $\sqrt{\frac{1}{15}} =$

主題三：利用乘法公式通分的技巧來讓分母的根號有理化

我們之前有提到我們不喜歡分母的不分出現根號，所以我們都會藉由通分的技巧來讓分母的根號消失，但是如果分母的根式更加複雜呢？例如 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

別擔心！這個時候我們可以利用乘法公式來幫助我們消除分母的根號喔！

範例 1:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

範例 2:

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3}$$

練習 8:

計算下列根式：

1. $\frac{1}{2-\sqrt{2}} =$

2. $\frac{1}{\sqrt{7}-2} =$

$$3. \frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} =$$

$$4. \frac{\sqrt{11}+3}{\sqrt{11}-3} =$$

主題四：根式的乘法

如果今天有兩個根號相乘會怎麼樣呢?讓我們看看另一個根式的重要運算法則:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

說明:

$$(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^2 = \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = (\sqrt{3} \times \sqrt{3})(\sqrt{5} \times \sqrt{5}) = 3 \times 5 = 15$$

所以 $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ 是15的正平方根,所以 $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15} = \sqrt{3 \times 5}$

練習

1. $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} =$ _____

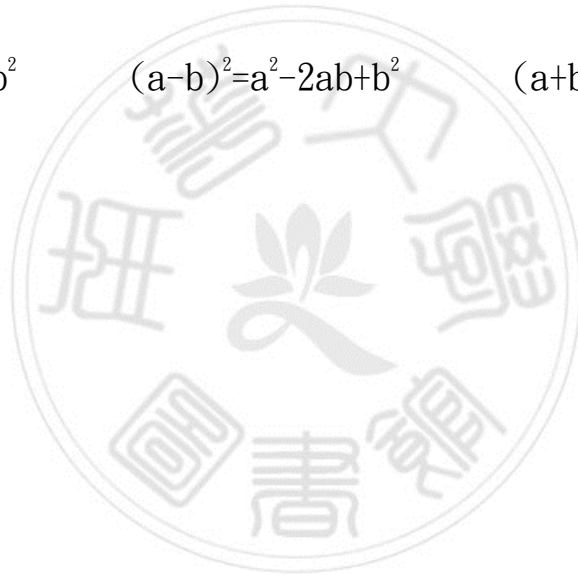
2. $3\sqrt{12} \times (-2\sqrt{18}) =$ _____

主題五：利用乘法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



練習

1. $(\sqrt{2}-\sqrt{7})(\sqrt{2}-\sqrt{7}) =$ _____

$$2. (\sqrt{11} + \sqrt{6})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. (\sqrt{13} + \sqrt{7})(\sqrt{13} - \sqrt{7}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

主題六：利用傳統直式乘法



____班____號 姓名：_____

一：求邊長

1. 一個面積為 144 的正方形其一邊邊長為_____。
2. 一個面積為 13 的正方形其一邊邊長為_____。
3. 一個面積為 15^2 的正方形其一邊邊長為_____。

二：求平方根

4. 49 的平方根為_____。
5. 0 的平方根為_____。
6. $(-9)^2$ 的平方根為_____。
7. -100 的平方根為_____。

三：求標準分解式(例： $20=2*2*5=2^2*5$)

8. $48=$ _____。
9. $90=$ _____。
10. $68=$ _____。
11. $216=$ _____。

四：化簡下列根式

12. $\sqrt{24} =$ _____。
13. $\sqrt{76} =$ _____。
14. $\sqrt{124} =$ _____。
15. $\sqrt{92} =$ _____。

五：化簡下列各式

16. $(\sqrt{12}+3)-(1+\sqrt{75})=$ _____。
17. $(2\sqrt{25}-3)-3(1-\sqrt{36})=$ _____。
18. $(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)=$ _____。
19. $(\sqrt{6}-2)\div\sqrt{3}=$ _____。
20. $(\sqrt{13}+3)\div(\sqrt{13}-3)=$ _____。

附件 7：滿意度調查

問卷項目	非常 同意	同 意	沒 意 見	不 同 意	非 常 不 同 意
一、學習意願					
1. 我對於數學以數位教材呈現方式，能提高我的學習興趣					
2. 我認為在空堂課時，「數位學習教室」可以取代「一般傳統教室」					
3. 利用空堂課，實施數位學習教學，能吸引我的興趣					
4. 教學從傳統教室移到網路上課，能提升我的學習意願					
二、教學成就					
5. 均一教學，能提高良好的自我學習方式					
6. 空堂課時，實施均一教學方式進行補救教學是有幫助的					
7. 補救教學採用均一教學位學習方式，可提升學習成效					
8. 希望別的科目也可以使用均一教學，提升學習成效					
9. 我認為均一教學以多媒體方式呈現對我的學習有幫助					
10. 我覺得均一教學中的教材，其呈現方式可以吸引我的注意					
11. 均一教學的呈現是能吸引我的學習					
三、均一教育平台					
12. 均一教學中以網頁式教材-word、ppt 方式呈現我對的學習有幫助					
13. 均一教學中以 DV 方式呈現對我得學習有幫助					
14. 均一教學中如果又有電子書方式呈現對我的學習有幫助					
15. 均一教學，如線上測驗、網路、電腦輔助學習等，對學習有幫助					
16. 均一教學豐富的影音效果是教學上的一大利器					
17. 不同的教學媒體，也會影響我的學習興趣					
18. 經過均一教學進行補救教學，數學考試成績有進步					

____班____號 姓名：_____

一：求邊長

1. 一個面積為 196 的正方形其一邊邊長為_____。
2. 一個面積為 17 的正方形其一邊邊長為_____。
3. 一個面積為 45^2 的正方形其一邊邊長為_____。

二：求平方根

4. 81 的平方根為_____。
5. 0 的平方根為_____。
6. $(-19)^2$ 的平方根為_____。
7. -10000 的平方根為_____。

三：求標準分解式(例： $20=2*2*5=2^2*5$)

8. $72=$ _____。
9. $80=$ _____。
10. $72=$ _____。
11. $441=$ _____。

四：化簡下列根式

12. $\sqrt{24} =$ _____。
13. $\sqrt{76} =$ _____。
14. $\sqrt{124} =$ _____。
15. $\sqrt{92} =$ _____。

五：化簡下列各式

16. $(\sqrt{12}+3)-(1+\sqrt{75})=$ _____。
17. $(2\sqrt{25}-3)-3(1-\sqrt{36})=$ _____。
18. $(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)=$ _____。
19. $(\sqrt{6}-2)\div\sqrt{3}=$ _____。
20. $(\sqrt{13}+3)\div(\sqrt{13}-3)=$ _____。

附件 9：學生前測、後測、延宕後測 答對題數表(共 20 題)

學生	前測	後測	延宕後測
s1	10	20	20
s2	10	20	15
s3	5	20	15
s4	10	20	20
s5	5	20	20
s6	0	15	15
s7	0	15	10
s8	5	10	10
s9	0	15	15
s10	0	10	10
s11	5	5	5
s12	0	5	0
平均	4.17	14.58	12.92



參考文獻

參考文獻 1：中文部分

一、中文部分

白雲霞(2016)，運用相互教學法提升參與補救教學學生之閱讀理解與自我調節能力，竹縣文教第 46 期，pp. 25-31。

李瑞發(2001)，國小數學科數位學習評量平台對學生學習影響的關鍵成功因素之研究——以國小三年級數學為例，國立彰化師範大學資訊管理學系碩士論文。

林志成(2016)，補救教學根本的問題與因應的對策，竹縣文教第 46 期，pp. 09-18。

林芬妃(2013)，十二年國民基本教育入學方式之研究——以竹苗區為例，國立新竹教育大學，教育行政碩士學位班在職進修專班學位論文。

林美杏(2011)，國中數學科常態編班原班學習學生在學業成就、學習態度及學習滿意度之研究，國立雲林科技大學技術及職業教育研究所碩士論文。

林偉銘(2000)，以線上家教模式探討偏鄉地區學童數學學習成效、數學態度與滿意度之影響，輔仁大學資訊管理學系碩士論文。

林鴻成(2009)，國二學生在二次方根的意義與四則運算上的主要錯誤類型及其補救教學之研究，國立台灣師範大學數學系碩士班碩士

論文。

教育部(2015)，十二年國民基本教育，教育部。

莊淇銘(2015)，數位學習開創學習 4.0，研習論壇月刊第 178 期，p02-03，行政院人事行政總處地方行政研習中心。

許定邦(2002)，高中高職實施多元入學方案後國中生學習困擾及學習態度之研究，國立彰化師範大學教育研究所在職進修學校行政碩士班碩士論文。

傅國樑(2014)，高級中等學校學習扶助方案與實務分享，教育部國民學前教育署。

葉青青(2015)，什麼是補救教學、達成「No Child Left Behind」理想—以新竹縣為例，竹縣文教第 46 期。

楊鎮澤(2009)，建置互動式高中職學習補救教學系統之研究，國立高雄應用科技大學電子工程系碩士論文。

潘愛珍(2006)，數位學習應用在會計學補救教學之研究，國立彰化師範大學商業教育研究所碩士論文。

鄭勝耀(2016)：補救教學的美麗與哀愁，竹縣文教第 46 期，pp. 19-22。

蕭英勵(2015)，數位學習 3.0 新趨勢，師友月刊第 578 期，pp. 68-72。

賴于真(2015)，合作學習對於國中生在幾何單元的功通能力發展之影響，國立台灣師範大學數學系碩士班碩士論文。

謝孟穎(2016)，問題本位學習在補救教學的應用，台灣教育月刊第698期，pp. 42-45。

顏妙如(2008)，台南市攜手計畫課後扶助—補救教學實施問題與解決方法之研究，國立中山大學教育研究所碩士論文。



參考文獻 2：英文部分

二：英文部分

Bryant, R. J. & Marek, E. A. (1991). They like lab-centered science. *the science Teacher*. 54(8), 42-45

Davis, R. B.(1984). *Learning mathematics:The cognitive science approach to mathematics education*. Norwood, New Jersey:Ablex Publishing Corporation.

Duncan, I. M, &JohnstoneA. H. (1973). The mole concept. *Education in Chemistry*, 10(6), 213-214.

Dev, P. C. (1997). Intrinsic motivation and academic achievement. *Remediak & Special Education*, 18(1), 12-19

Gordon, D. G. (2001). *Classroom management:Problems and solutions*. *Music Educators Journal*, 88(2), 17.

Hederson, K. B. (1970)Concept. InM. Roskopf(Ed.). *The teacher of secondary school mathematics, Thirty-third Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematicts*. Washington, D. C

Lawson, A. E. , Abraham, M. R. & Renner, J. W. (1989). *A theory to teach science concept and thinking skill*. The National Association for Research in Science Teaching, monograpg

NO. 1, 1-131.

Mayer, R. E. (1985). Educational psychology: Cognition approach. NY: Freeman

NCTM, P. (2000). Standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Niss, M., & Hojgaard, T. (2011). Competencies and mathematical learning. Ideas and Inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. Roskilde University, Denmark.

Ryan, A. M., & P. R. (1997). Should I ask for help? The role of motivation and attitudes in adolescents' help seeking in math class. *Journal of Educational Psychology*, 89(2), 329-341.

Stepans, J., Dyche, S & Beiswenger, R. (1988). The effect of two instructional models in bringing about a conceptual change in the understanding of science concepts by prospective elementary teacher. *Science Education*. 72(2), 185-195.

Tauber, R. T. (1999). Classroom management: Sound theory and effective practice. Westport, CT: Bergin & Garvey.