

# 南華大學九十三年學年度 博士班 招生考試試題卷

系所別：管理科學研究所

科目編號：C1-02-02

科目：作業研究

試題紙第    頁共    頁

1. 考慮下列線性規劃問題：

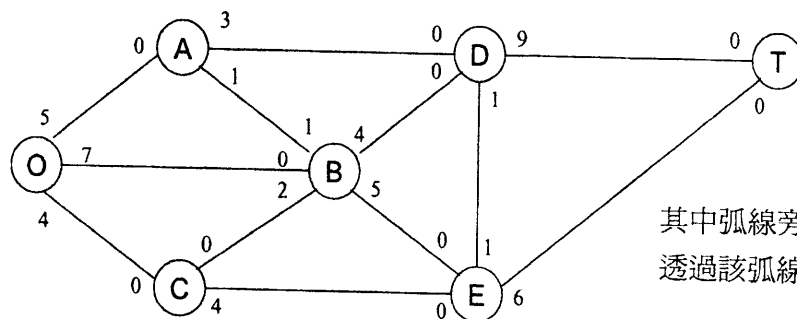
(30%)

$$\begin{cases} \text{Max} & Z=c_1X_1+c_2X_2+\dots+c_nX_n \\ \text{受限於：} & a_{11}X_1+a_{12}X_2+\dots+a_{1n}X_n \leq b_1 \\ & a_{21}X_1+a_{22}X_2+\dots+a_{2n}X_n \leq b_2 \\ & \vdots \\ & a_{m1}X_1+a_{m2}X_2+\dots+a_{mn}X_n \leq b_m \\ & X_i \geq 0, \quad \forall i=1, 2, \dots, n \end{cases}$$

- (1) 試用數學式證明：若此線性規劃問題之最佳解存在，則必有一最佳解為角點可行解。  
(所謂角點可行解，就是該可行解不會落在另二個可行解之連線上)
- (2) 對上述線性規劃問題，是否可能其最佳解恰有二個？為什麼？
- (3) 我們常常引進差額變數 (slack variables)，將上述“不等式限制”之線性規劃問題，改制成“等式限制”之線性規劃問題；然後利用簡算法 (simplex method) 求解。試問這種求解技巧是基於什麼觀念產生的？為何要改制成“等式限制”問題型態？其數學操作求解的方便性何在？

2. 考慮下列最大流量問題 (或稱最小切割問題) 之網路圖：

(20%)



其中弧線旁數字代表由該節點 (node) 透過該弧線流向另一節點之流量上限。

- (1) 試求上述問題之最大流量，及最小切割。
- (2) 試問：對任一單一源點 (source) 及單一匯點 (sink) 之流量網路圖而言，其最大流量值必會等於其最小切割值嗎？若“會”則請你證明；若“不會”，則請你舉一例子說明。

3. 考慮等候理論 (queueing theory) 中之生死過程 (birth and death process) 現象，試問：

(30%)

- (1) 生死過程現象之假設條件為何？
- (2) 生死過程現象處於“穩定狀態”所指為何？如何從穩定狀態條件導出平衡方程式 (balance equations)。
- (3) 如何利用上述平衡方程式，推導出平均等候線長度及平均等候時間數學公式？

4. 我們常利用 Kuhn-Tucker 定理 (或稱 Kuhn-Tucker 最佳化條件) 求數學規劃 (非線性規劃) 之最佳解。

(20%)

- (1) 試描述 Kuhn-Tucker 定理內容
- (2) 試問 Kuhn-Tucker 定理是基於什麼觀念產生的？