

南華大學九十三年學年度 碩士班 招生考試試題卷

碩士班

系所別：管理科學研究

科目編號：A3-12-04

科目：微積分

試題紙第 / 頁共 /

(每個答案 5 分，共 100 分)

1. 求 $\sqrt{y+xy^2}=5$ 的圖形過點(4,1)之切線方程式。

2. $x^3+y^3=5$ 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

3. 試求下列之 $\frac{dy}{dx}$ (a) $y = \ln \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$ (b) $y = \frac{(x+2)^2(3x-2)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{3x-2}}$ 。

4. 試求下列之極限 (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{a}{\ln x}}$ (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\ln x)}{\ln(x - \ln x)}$ 。

5. 檢驗 $f(x) = 5 + 3x - x^2$ 在 $[0, 2]$ 是否符合洛耳定理。

6. $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$, $[a, b] = [1, 3]$, 請利用均值定理求出結論中的 c 值。

7. 試繪出函數圖形並求出其反曲點 $f(x) = 4x^3 - 3x^4$ 。

8. 試求 $y = x^2$ 與 $y = x^3 + 2x^2 - 2x$, 所圍之區域面積。

9. 試求下列各題 (a) 求 $\int_0^2 |4x-3| dx$ (b) $D \int_{2x}^{x^3} \frac{3-t^3}{3+t^3} dt$

(c) $\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$ (d) $\int x^2 \ln x dx$

(e) $\int e^{\sqrt{x}} dx$ (f) $\int_0^1 x \ln x dx$

(g) $\int_0^3 \int_1^2 (xy + y^2) dy dx$ (h) $\int_0^{\ln 3} \int_0^1 xye^{xy^2} dy dx$ 。

10. 設 $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ 證明 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ 。

11. 試求 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 6xy$ 之鞍點。