

南華大學企業管理系管理科學博士班博士論文

**A DISSERTATION FOR THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY**

**Ph.D PROGRAM IN MANAGEMENT SCIENCES**

**DEPARTMENT OF BUSINESS ADMINISTRATION**

**NANHUA UNIVERSITY**

論文題目：每週期需求皆為下降梯型或上升斜坡型之存貨策略

**INVENTORY POLICY UNDER PERIODIC TRAPEZOIDAL TYPE AND RISING  
RAMP TYPE DEMAND**

指導教授：莊鎧溫博士

**ADVISOR : KAI- WAYNE CHUANG Ph.D.**

指導教授：藍俊雄博士

**ADVISOR : CHUN-HSIUNG LAN Ph.D.**

研究生：林健男

**GRADUATE STUDENT : CHIEN-NAN LIN**

中 華 民 國 1 0 3 年 1 月

# 南 華 大 學

企業管理系管理科學博士班

## 博 士 學 位 論 文

每週期需求皆為下降梯型或上升斜坡型之存貨策略

研究生：林健男

經考試合格特此證明

口試委員：陳和明

藍天雄

陳水輝

吳心怡

鄧少華

指導教授：吳金區吳心怡

系主任：黃國忠

口試日期：中華民國 102 年 12 月 20 日

## 誌 謝

承蒙南華大學教授們的專業傳承及悉心教導，還有博士班的學長姐及學弟妹在課堂上的實務分享及相互鼓勵，讓博士論文順利的完成，博士生生涯即將告一段落，在學期間老師、同學如同一家人，除課業互相幫忙，在社會工作經驗也相互協助，一路走來成長及受益良多；即將畢業之際，深感師恩難忘，亦師亦友，同學之間情感，彌足珍貴，情誼永存。

博士論文得以順利完成，從完全無概念到資料收集，深入分析研究，研究方向及題目確認，感謝指導教授莊鎧溫博士及藍俊雄院長，多年來的啟發與教導，對論文研究主題深入剖析；尤其國際期刊的投稿過程中，讓自己更熟悉國際上各研究領域的嚴謹，從過程中提升自己的研究視野。

口試期間，承蒙諸位教授於百忙當中不吝指正，特此感謝陳焱勝教授、陳以明教授、鄧少華教授、藍天雄教授，黃國忠教授、褚麗絹教授、紀信光教授、郭東昇教授、袁淑芳教授，惠予諸多寶貴意見，使論文更臻完備，在此致上最高的敬意與謝意。

謹以此論文獻給愛我的家人，尤其是感謝親愛的老婆一路之支持陪伴與鼓勵。

林 健 男 衷心感謝

南華大學企業管理學系管理科學博士班

# 南華大學企業管理系管理科學博士班

## 102 學年度第 1 學期博士論文摘要

論文題目：每週期需求皆為下降梯型或上升斜坡型之存貨策略

研究生：林健男

指導教授：莊鎧溫博士、藍俊雄博士

### 論文摘要內容

存貨管理中，許多研究人員研究了斜坡型需求率於損耗性產品存貨模式，在這篇文章考慮了下降梯型需求及上升斜坡型需求率的存貨模型，需求率是一分段線性函數。在實際環境中有許多產品，如食品、藥品等都存在不同需求的問題，是存貨管理不可忽視的課題。

所謂斜坡型需求，即一般新產品剛上市時，需求率常隨著時間向前移動而遞增，直到某一時點之後，需求才會呈平穩狀態，而這樣的假設其實是不足的。基於現實的考量，在第三章本文考慮新產品上市初期需求與時間有關，剛開始需求呈現上升狀態，直到穩定期時間點，需求開始呈現水平穩定狀態，當於產品生命週期衰退期時間點，需求開始呈現下降狀態時之下降梯型需求的問題；第四章本文考慮新產品上市初期需求與時間有關，剛開始需求呈現上升狀態，直到穩定期時間點，需求開始呈現水平穩定狀態，當產品市場擴大或提供多樣性的時間點，需求開始呈現上升狀態時之上升斜坡型需求的存貨模型。

本論文中將分別討論兩種模型：一種是沒有缺貨模型，另一是缺貨模型。以單位時間總平均成本最低為目標，分別建立數學模式，文中對所建構的數理存貨模式利用傳統的最佳化原理找出最適的存貨策略；最後，以數值範例說明模式的求解過程並對各參數做敏感性分析。

關鍵詞：存貨、損耗、斜坡型需求、梯型需求、上升型需求。

Title of Dissertation : Inventory Policy under Periodic Trapezoidal Type  
and Rising Ramp Type Demand

Department : Ph.D Program in Management Sciences, Department of Business  
Administration, Nanhua University

Graduate Date : January 2014

Degree Conferred : Ph.D.

Name of Student : Chien-Nan Lin

Advisor : Kai-Wayne Chuang Ph.D.

Chun-Hsiung Lan, Ph.D.

## **Abstract**

In inventory management many researchers have studied the inventory model with ramp type demand rate, time-dependent deterioration rate and shortages. In this article, we extend inventory model by considering the trapezoidal type and rising ramp type demand rate, the demand rate is a piecewise linearly function. It is important to control and maintains the inventories of deteriorating items for the modern corporation.

In this paper, we consider inventory model for time-dependent deteriorating items with trapezoidal type demand rate and rising ramp type demand rate. Assume the demand rate with continuous rising ramp function of time, that is the demand rate for such items increases with the time up to certain time and then ultimately stabilizes and becomes constant, and finally the demand rate decreases or increases.

We will discuss two models: one is without shortage and the other is with shortage. In this paper, we assume that the inventory objective is to minimize the total cost per unit time of the system.

Keywords : Inventory, Deteriorating Items, Ramp Type Demand, Trapezoidal Type Demand, Rising Ramp Type Demand.

# 目 錄

中文摘要	.....	i
英文摘要	.....	ii
目 錄	.....	iii
表目錄	.....	v
圖目錄	.....	vi
第一章	緒論.....	1
1.1	研究背景動機.....	1
1.2	研究目的 .....	4
1.3	研究方法.....	4
1.4	研究架構.....	5
第二章	文獻探討.....	7
2.1	損耗性產品之存貨模式相關文獻.....	7
2.2	變動性需求之存貨模式相關文獻.....	9
2.3	有限生產率之存貨模式相關文獻.....	12
第三章	每週期需求皆為下降梯型需求之存貨模式.....	15
3.1	符號與假設.....	15
3.1.1	符號.....	15
3.1.2	假設.....	16
3.2	模式建立.....	17
3.2.1	模型 1：下降梯型需求沒有缺貨的存貨模型.....	17
3.2.2	模型 2：下降梯型需求缺貨的存貨模型.....	22
3.3	數值範例.....	27
3.3.1	模型 1：下降梯型需求沒有缺貨的存貨模型範例.....	28
3.3.2	模型 2：下降梯型需求缺貨的存貨模型範例.....	28
3.4	敏感度分析.....	29
3.4.1	模型 1：數值範例在參數變動下之敏感度分析	29
3.4.2	模型 2：數值範例在參數變動下之敏感度分析.....	37
3.5	綜合分析.....	48

	3.5.1 參數值改變分析模型 1.....	48
	3.5.2 參數值改變分析模型 2.....	50
	3.5.3 單位時間總平均成本高度敏感的參數分析.....	53
第四章	每週期需求皆為上升斜坡型需求之存貨模式.....	55
4.1	符號與假設.....	55
	4.1.1 符號.....	55
	4.1.2 假設.....	56
4.2	模式建立.....	57
	4.2.1 模型 3：上升斜坡型需求沒有缺貨的存貨模型.....	57
	4.2.2 模型 4：上升斜坡型需求缺貨的存貨模型.....	62
4.3	數值範例.....	67
	4.3.1 模型 3：上升斜坡型需求沒有缺貨的存貨模型範例.....	67
	4.3.2 模型 4：上升斜坡型需求缺貨的存貨模型範例.....	68
4.4	敏感度分析.....	69
	4.4.1 模型 3：數值範例在參數變動下之敏感度分析.....	69
	4.4.2 模型 4：數值範例在參數變動下之敏感度分析.....	77
4.5	綜合分析.....	87
	4.5.1 參數值改變分析模型 3.....	87
	4.5.2 參數值改變分析模型 4.....	89
	4.5.3 單位時間總平均成本高度敏感的參數分析.....	92
第五章	結論及後續研究方向.....	93
5.1	結論.....	93
	5.1.1 比較模型 1 及模型 2.....	94
	5.1.2 比較模型 3 及模型 4.....	94
5.2	後續研究方向.....	95
參考文獻	.....	96
個人簡歷	.....	101

## 表目錄

表1.1 本研究背景情境之整理表.....	3
表2.1 損耗性產品之存貨模式相關文獻與本研究之比較表.....	8
表2.2 變動性需求之存貨模式相關文獻與本研究之比較表.....	11
表2.3 有限生產率之存貨模式相關文獻與本研究之比較表.....	13
表3.1 模型1: 數值範例在參數變動下之敏感度分析.....	29
表3.2 模型2: 數值範例在參數變動下之敏感度分析.....	37
表4.1 模型3: 數值範例在參數變動下之敏感度分析.....	69
表4.2 模型4: 範例在參數變動下之敏感度分析.....	77



## 圖目錄

圖1.1	研究架構.....	6
圖3.1	下降梯型需求率與時間關係.....	17
圖3.2	下降梯型需求沒有缺貨存貨水準與時間關係.....	18
圖3.3	下降梯型需求沒有缺貨存貨水準與時間關係.....	23
圖3.4	籌置成本 $C_1$ 值變動下的敏感度分析.....	31
圖3.5	儲存成本 $C_2$ 值變動下的敏感度分析.....	32
圖3.6	損耗成本 $C_3$ 值變動下的敏感度分析.....	32
圖3.7	$\mu_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	33
圖3.8	$\mu_2$ 參數值變動下的敏感度分析.....	33
圖3.9	$\theta$ 參數值變動下的敏感度分析.....	34
圖3.10	$b_0$ 參數值變動下的敏感度分析.....	35
圖3.11	$\beta$ 參數值變動下的敏感度分析.....	35
圖3.12	$a_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	36
圖3.13	$b_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	37
圖3.14	籌置成本 $C_1$ 值變動下的敏感度分析.....	39
圖3.15	儲存成本 $C_2$ 值變動下的敏感度分析.....	40
圖3.16	損耗成本 $C_3$ 值變動下的敏感度分析.....	41
圖3.17	缺貨成本 $C_4$ 值變動下的敏感度分析.....	42
圖3.18	$\mu_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	43
圖3.19	$\mu_2$ 參數值變動下的敏感度分析.....	44

圖3.20	$\theta$ 參數值變動下的敏感度分析.....	44
圖3.21	$b_0$ 參數值變動下的敏感度分析.....	45
圖3.22	$\beta$ 參數值變動下的敏感度分析.....	46
圖3.23	$a_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	47
圖3.24	$b_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	48
圖4.1	上升斜坡型需求率與時間關係.....	57
圖4.2	上升斜坡型需求沒有缺貨存貨水準與時間關係.....	58
圖4.3	上升斜坡型需求缺貨水準與時間關係.....	63
圖4.4	籌置成本 $C_1$ 值變動下的敏感度分析.....	71
圖4.5	儲存成本 $C_2$ 值變動下的敏感度分析.....	71
圖4.6	損耗成本 $C_3$ 值變動下的敏感度分析.....	72
圖4.7	$\mu_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	73
圖4.8	$\mu_2$ 參數值變動下的敏感度分析.....	73
圖4.9	$\theta$ 參數值變動下的敏感度分析.....	74
圖4.10	$b_0$ 參數值變動下的敏感度分析.....	75
圖4.11	$\beta$ 參數值變動下的敏感度分析.....	75
圖4.12	$a_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	76
圖4.13	$b_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	77
圖4.14	籌置成本 $C_1$ 值變動下的敏感度分析.....	79
圖4.15	儲存成本 $C_2$ 值變動下的敏感度分析.....	80
圖4.16	損耗成本 $C_3$ 值變動下的敏感度分析.....	81

圖4.17	缺貨成本 $C_4$ 值變動下的敏感度分析.....	81
圖4.18	$\mu_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	82
圖4.19	$\mu_2$ 參數值變動下的敏感度分析.....	83
圖4.20	$\theta$ 數值變動下的敏感度分析.....	83
圖4.21	$b_0$ 參數值變動下的敏感度分析.....	84
圖4.22	$\beta$ 值變動下的敏感度分析.....	85
圖4.23	$a_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	86
圖4.24	$b_1$ 參數值變動下的敏感度分析.....	86



# 第一章 緒論

存貨管理策略係指將組織內具有經濟價值的資源，包含製成品、原物料、在製品、組零件及消耗性材料等實施有效的服務最大化、存貨成本最小化的管理控制對策。本文針對損耗性產品在下降梯型需求及上升型需求之存貨策略提出研究討論。本章節緒論對於本文之研究背景動機、研究目的、研究方法及研究架構提出說明。

## 1.1 研究背景動機

存貨管理常受到競爭者價格競爭、顧客需求或季節性因素的變動，影響顧客需求變動，顧客需求減少造成存貨過剩，顧客需求增加造成貨品供應不足。存貨過剩會造成生產線停工、資金積壓、貨品耗損、儲存管理成本增加；貨品缺貨則會導致供應鏈之生產線加班、缺貨損失、顧客流失不願等待等成本。存貨過剩或貨品供應不足，兩者皆會讓企業存貨管控成本增加，使得企業陷入經營獲利減少困境。因此，因應顧客需求變動，建立良好的存貨管理系統，是現代企業經營管理重要課題之一。

傳統存貨模式研究中，假設需求率是固定的或是上升後經過一段時間達到水平穩定狀態；Mandal and Pal (1998)提出新產品上市初期需求與時間有關，剛開始需求呈現上升狀態，直到一時間點，需求開始呈現穩定狀態，即所謂「斜坡型需求」。然而實際的情況，產品的需求並非固定不變的，因此這樣的需求假設並不能滿足實際產品的市場情況；視產品特性不同，需求率可能因競爭者價格競爭或推出新產品、季節性因素或者企業廠商努力擴充市場、產品多樣性而變動，於「斜坡型需求」後，需求率可能形成下降或上升。

Cheng and Wang (2009)提出「梯型需求」，新產品上市初期需求與時間有關，剛開始需求呈現上升狀態，直到穩定期時間點，需求開始呈現水平穩定狀態，當於產品生命週期衰退期時間點，需求開始呈現下降狀態，如農魚業及罐頭食品業，因競爭者價格競爭或推出新產品、顧客需求轉移，產品需求開始呈現下降狀態。

本文除了擴展 Cheng and Wang (2009)提出經濟訂購量(Economic Order Quantity,EOQ)「梯型需求」存貨模型，擴展為「下降梯型需求」的經濟生產量(Economic Production Quantity, EPQ)存貨模型，更進一步提出「上升斜坡型需求」的經濟生產量存貨模型，所謂「上升斜坡型需求」是指新產品上市初期需求與時間有關，剛開始需求呈現上升狀態，直到穩定期時間點，需求開始呈現水平穩定狀態，當產品市場擴大或多樣性的時間點，需求開始呈現上升狀態，如電子產業、飲料產業，餐飲業因廠商努力擴充市場、產品多樣性，顧客人數增加，產品需求開始呈現上升狀態。

在許多的庫存系統，產品的損耗性是非常重要的，現實的存貨管理情況，產品在持有的過程中，會因為產品管理操作發生破損，造成庫存數量減少損失或因時間因素使庫存產品腐敗、揮發、質變、過期等狀況，產品的價值減少，這類的產品如：食品罐頭、蔬果、魚肉、藥品、燃料等。由於損耗性產品會產生損耗成本，管理存貨問題時，需要將產品的損耗性納入考量，本文假設恆定的時間單位比例損耗產品。

在存貨系統，經營者經必需考慮銷售量及生產量之間平衡，產品必須滿足顧客的需求，同時進行訂購生產，保持適當在生產率大於需求率的情況下，存貨累積至一定的數量時便停止，維持最小總成本的庫存控制，通常而言，廠商的生產能力也不是固定不變的，多數的廠商會隨著

需求率來調整生產率，所以在建立存貨模式時，本文也將生產率隨著需求率改變納入考量，對於本文之研究背景情境提出(如表1.1)所示本研究背景情境之整理表。

表1.1 本研究背景情境之整理表

研究項目	背景情境
研究對象	單一製造商
研究目的	因應顧客需求變動，建立最佳存貨策略，維持最小總平均成本的庫存控制參考依據。
需求模式 (一)	◎確定性需求 ◎需求率為隨時間變動的下降梯型需求函數。
需求模式 (二)	◎確定性需求 ◎需求率為隨時間變動的上升斜坡型需求函數。
時間週期	(1) 考慮單一產品，無限計畫期間。 (2) 前置期從零開始。 (3) 最初和最後的存貨水準均為0。 (4) 產品於入庫之後才開始有損耗的發生。
成本因素	◎不允許缺貨的情況 1. 每一次生產所需要的籌置成本。 2. 庫存系統考慮產品的存貨成本，每單位的儲存成本。 3. 庫存系統考慮產品的損耗性，每單位的損耗成本。 ◎允許缺貨的情況 1. 每一次生產所需要的籌置成本。 2. 庫存系統考慮產品的存貨成本，每單位的儲存成本。 3. 庫存系統考慮產品的損耗性，每單位的損耗成本。 4. 庫存系統考慮產品缺貨時之成本，每單位的缺貨成本。
產品特性	1. 單一產品。2. 損耗性產品。
生產率	生產率與需求有關

資料來源：本研究整理

## 1.2 研究目的

基於研究動機的現實考量下，本研究之目的如下

1. 建立損耗性產品在下降梯型需求之存貨策略，做為經營管理者在產品處於「下降梯型需求」時進行存貨管理決策，維持最小總平均成本的庫存控制參考依據。
2. 建立損耗性產品在上升斜坡型需求之存貨策略，做為經營管理者在產品處於「上升斜坡型需求」時進行存貨管理決策，維持最小總平均成本的庫存控制參考依據。
3. 所建立之下降梯型需求及上升斜坡型需求之存貨策略，提供現代企業經營者參考，以因應產品生命週期之顧客需求由穩定期至衰退期或者穩定期至上升期之時間點，建立企業存貨系統之管理策略。

## 1.3 研究方法

本論文研究使用的方法主要是在於建立下降梯型需求及上升型需求的損耗性產品存貨的數學模式，探討具有下降梯型需求及上升型需求的損耗性產品存貨系統的影響，並假設生產率與需求有關。以最佳化原理求解，並提供一演算法，以決定最適的生產時間和生產週期，訂定最佳存貨策略。

在模式的求解過程方面，是以單位時間總平均成本最小化為目標，並輔以數值範例及敏感性分析，藉以瞭解存貨系統參數變動下，對最佳存貨策略之影響程度，提供決策者更精確之判斷，本研究可分為五個主要研究步驟：

1. 探討實務商業行為及顧客需求層面之存貨策略，確定本研究主題。

2. 蒐集國內外與本研究相關之參考文獻，了解過去及近期學者專家對於存貨模式之研究發展及問題。
3. 建構以單位時間總平均成本最小化為目標，具有下降梯型需求及上升型需求於損耗性產品存貨策略模式。
4. 以數值範例驗證模式於實務運用上之合理性及實用性。
5. 對所建構的存貨模式進行敏感性分析，以瞭解各參數變動對單位時間總平均成本最小化之最佳生產策略影響程度。

## 1.4 研究架構

本文研究第一章緒論，闡述研究動機與研究目的之背景與範圍、以數學模式的研究方法與分為五個主要研究步驟，確定本研究之問題，並於第二章節加以探討與本研究相關之文獻，例如損耗性產品、變動性需求及有限生產率等相關文獻，以瞭解在這些領域中相關學者之研究情形及發展趨勢，建立本論文之研究方向。

第三章建立下降梯型需求損耗性產品存貨模式，假設生產率與需求有關及固定損耗率，分別討論沒有缺貨模式及缺貨模式，並提供演算法，利用最佳化原理找出最適的存貨策略，以使存貨相關總成本最小為目標。最後，以數值範例說明模式的求解過程並對各參數做敏感性分析。

第四章建立上升斜坡型需求損耗性產品存貨模式，假設生產率與需求有關及固定損耗率，分別討論沒有缺貨模式及缺貨模式，並提供演算法，利用傳統的最佳化原理找出最適的存貨策略，以使存貨相關總成本最小為目標；最後，以數值範例說明模式的求解過程並對各參數做敏感性分析。

第五章，提出結論及未來研究方向，以本文建構的存貨模式為基礎，本文的主要結果提出結論，對於未來研究方向提出建議，本論文之研究架構如圖1.1。

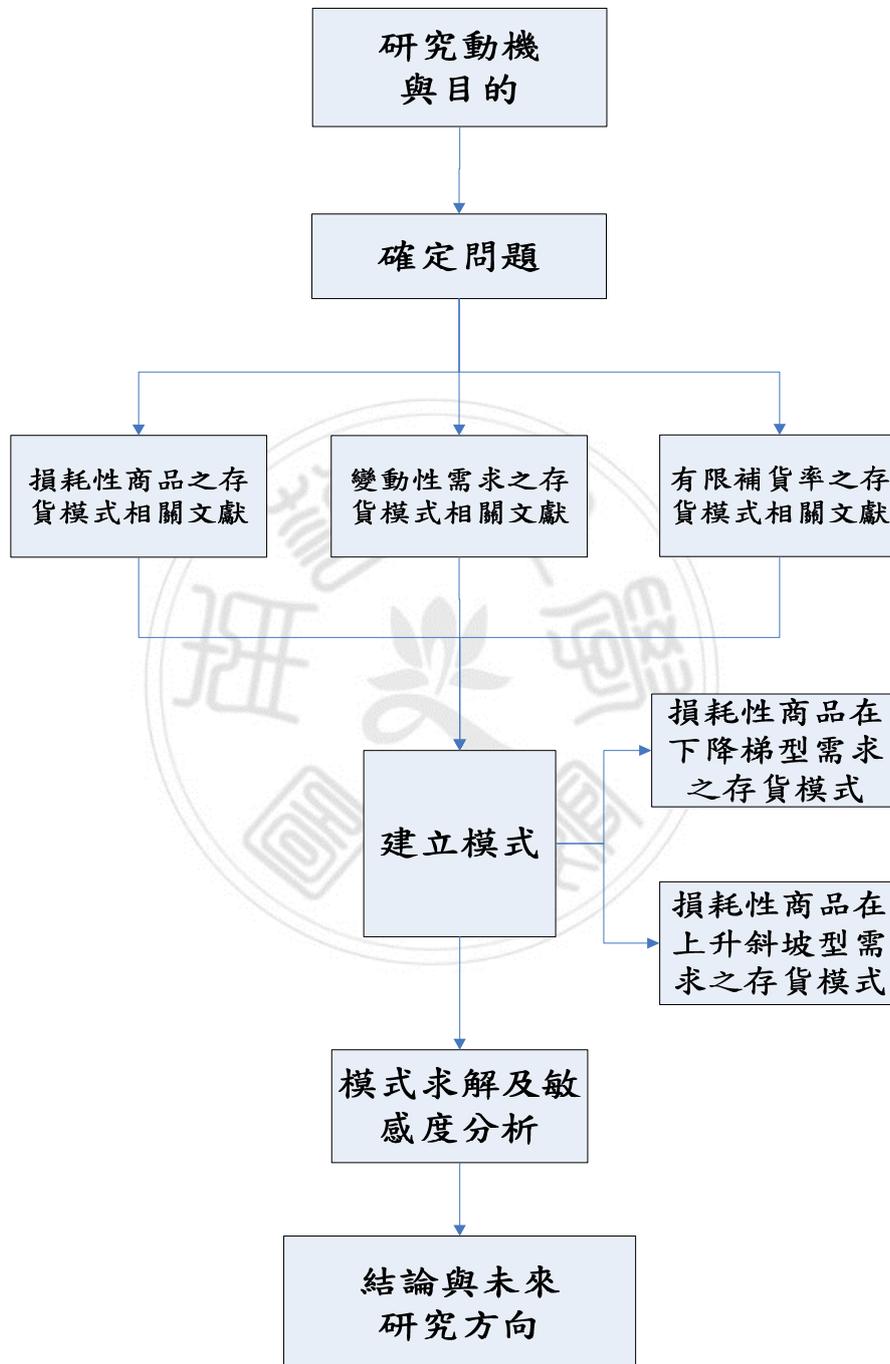


圖1.1 研究架構  
資料來源：本研究整理

## 第二章文獻探討

存貨管理之研究文獻相當豐富，配合本文研究重點，針對損耗性產品之存貨、變動性需求之存貨模式、有限生產率之存貨模式有關之學者專家文獻進行探討。

### 2.1 損耗性產品之存貨模式相關文獻

存貨模式中考慮到產品損耗的問題，在實際狀況下，許多庫存產品會因為現實的存貨管理情況，產品在持有的過程中，會因為產品管理操作發生破損，造成庫存數量減少損失或因時間因素使庫存產品腐敗、揮發、質變、過期等狀況，產品的價值減少，這類的產品如：食品罐頭、蔬果、魚肉、藥品、燃料等。由於損耗性產品會產生損耗成本，管理存貨問題時，需要將產品的損耗性納入考量，若不考慮產品損耗問題，會造成存貨模式的失真。

Ghare and Schrader(1963)首先提出了具有固定需求率及固定損耗率的存貨模式，Covert and Philip(1973)擴充Ghare and Schrader(1963)的模式，將損耗率放寬兩個參數的Weibull 分配； Philip(1974)提出產品壽命服從三參數Weibull 分配的損耗性存貨模式，Shah(1977)後續推廣Ghare and Schrader(1963)的模式，加入允許欠撥的條件；Misra(1975)建立進貨補充率為有限的損耗性存貨模式，Chang and Dye(1999)提出隨時間變化的需求和部分缺貨的損耗性產品EOQ模型。

近年來研究人員，如Yu, Wee and Chen(2005)提出產品存在質量缺陷的變質物品和部分缺貨存貨模型，Teng et al.(2005)提出允許非零的庫存EOQ模型，Cheng and Wang (2009)提出損耗性產品的存貨模型梯形型需求

率，探討損耗性產品的梯形型需求率三個模型，之後Cheng et al.(2011)提出梯形型需求和損耗性產品部分缺貨的最適政策，Uthayakumar and Rameswari (2012)有缺陷的產品梯形型需求率的經濟生產批量模型。

學者研究損耗性產品之存貨模式，經常考慮產品實務運作層面之損耗情形及利於模式求解方式方便性，普遍考慮損耗性產品之損耗率服從固定常數或Weibull分配。

本文下降梯型及上升斜坡型需求損耗性產品存貨模式，假設損耗產品為恆定的時間單位比例，即損耗率採用固定常數。如表2.1 損耗性產品之存貨模式相關文獻與本研究之比較表。

表2.1 損耗性產品之存貨模式相關文獻與本研究之比較表

作者	年份	相關文獻 內容摘要	損耗率	
			固定	變動
Ghare & Schrader	1963	首先提出了具有固定需求率及固定損耗率的存貨模式。	◎	
Covert & Philip	1973	擴充Ghare & Schrader 的模式將損耗率放寬兩個參數的Weibull 分配。		◎
Philip	1974	提出產品壽命服從三參數Weibull 分配的損耗性存貨模式。		◎
Shah	1977	後續推廣Ghare & Schrader (1963) 的模式，加入允許欠撥的條件。	◎	
Misra	1975	建立進貨補充率為有限的損耗性存貨模式。	◎	
Chang & Dye	1999	提出隨時間變化的需求和部分缺貨的損耗性產品EOQ模型。	◎	
Yu, Wee &	2005	提出產品存在質量缺陷的變質物品和部	◎	

作者	年份	相關文獻 內容摘要	損耗率	
			固定	變動
Chen		分缺貨存貨模型。		
Cheng & Wang	2009	提出損耗性產品的存貨模型梯形型需求率，探討損耗性產品的梯形型需求率三個模型。	◎	
Cheng et al.	2011	考慮梯形型需求和損耗性產品部分缺貨的最適政策。	◎	
Uthayakumar & ameswari	2012	有缺陷的產品，梯形型需求率的經濟生產批量模型。	◎	
本研究	2013	損耗性產品下降梯形型及上升斜坡需求率的存貨模型。	◎	

資料來源：本研究整理

## 2.2 變動性需求之存貨模式相關文獻

學者專家研究傳統 EOQ 存貨模式中，常假設需求率是固定的模式，需求率固定的假設並無法滿足實際企業存貨管理實務。

學者專家研究存貨模式中需求函數，最早由 Donaldson(1977) 提出需求隨時間變動的存貨模式，建構在有限計劃週期期間內需求函數隨時間呈線性變動及不允許缺貨的訂購模式，Dave and Patel(1981) 考慮需求率隨時間改變及產品損耗的特性，進而求得固定訂購週期與不允許缺貨時的最佳訂購批量；Gupta and Vrat(1986)、Baker and Urban(1988) 也分別建立需求和存貨水準有關的存貨模式，Deb and Chaudhuri(1987) 將線性遞增需求下的存貨問題推廣到允許缺貨的狀況。

Mandal and Phaujdar(1989) 的研究則考慮需求率與存貨水準有關的存

貨模式，Datta and Pal(1990)建立之存貨模式需求率和存貨有關，存貨量最大時，需求亦最大，隨著存貨數量的減少需求也將隨之降低，待存貨減少至某個水準時，需求率即呈穩定狀態。

研究人員Goswami and Chaudhuri(1991, 1992)、Bose and Goswami et al.(1995) and Bhunia and Maiti(1997)，均假設產品需求呈線性趨勢的型態；Hariga(1994)將需求視為隨時間變動的函數。

Mandal和Pal(1998)兩位學者即提出一具斜坡型(Ramp Type)需求率的損耗性產品存貨模式，在他們的研究中，損耗率為固定常數、允許缺貨，並且缺貨數量在下個訂購週期開始時即完全補足，Wu and Ouyang(2000)考慮需求率為斜坡型函數且允許缺貨的損耗性產品；Manna and Chaudhuri(2004)考慮需求率為斜坡型需求率EOQ模型，依賴損耗的速度，單位生產成本和短缺，Chen et al.(2006)擴展Manna and Chaudhur (2004)的模型，考慮缺貨率，負指數函數的等待時間；Panda et al.(2008)考慮季節性易腐產品，隨時間變化斜坡型需求的最適生產策略。

存貨管理實務上需求率常隨著產品的生命週期移動，Raymond Vernon (1966)首次提出產品生命週期(product life cycle, PLC)，產品的市場壽命，即新產品從開始進入市場到被市場淘汰的整個過程。新產品上市時需求呈現成長狀態階段，以遞增上升的需求函數來表示；新產品上市一段時間後，需求呈現穩定狀態階段，以水平的需求函數來表示，產品過了穩定狀態階段後，需求呈現衰退狀態階段，以遞減的需求函數來表示。

Cheng and Wang (2009)提出損耗性產品的庫存模型梯形型需求率，服從產品生命週期需求率，文中探討損耗性產品的梯型需求率三個模型，之後Cheng et al. (2011)考慮梯形型需求和損耗性產品部分缺貨的最適政

策，Uthayakumar and Rameswari(2012) 提出有缺陷產品，梯形型需求率的經濟生產批量模型，後續Chuang et al.(2013)提出損耗性產品在梯型需求存貨策略。其他研究人員，有許多文獻提出和評估算法如Krishnamoorthi (2012)及Rajendran and Pandian (2012)。

本文除了擴展Cheng and Wang (2009)提出經濟訂購量(Economic Order Quantity, EOQ)「梯型需求」存貨模型，擴展為「下降梯型需求」的經濟生產量(Economic Production Quantity, EPQ)存貨模型，更進一步提出「上升斜坡型需求」的經濟生產量存貨模型，所謂「上升斜坡型需求」是指新產品上市初期需求與時間有關，剛開始需求呈現上升狀態，直到穩定期時間點，需求開始呈現水平穩定狀態，當產品市場擴大或多樣性的時間點，需求開始呈現上升狀態，如飲料產品，餐飲業因廠商努力擴充市場、產品多樣性，顧客人數增加，產品需求開始呈現上升狀態。如表2.2 變動性需求之存貨模式相關文獻與本研究之比較表。

表2.2 變動性需求之存貨模式相關文獻與本研究之比較表

作者	年份	相關文獻 內容摘要	需求率		
			固定 常數	線性 函數	斜坡 函數
Ghare & Schrader	1963	首先提出了具有固定需求率及固定損耗率的存貨模式。	◎		
Donaldson	1977	需求隨時間變動的存貨模式。		◎	
Dave & Patel	1981	考慮需求率隨時間改變及產品損耗的特性		◎	
Deb & Chaudhuri	1987	將線性遞增需求下的存貨問題推廣到允許缺貨的狀況。		◎	

作者	年份	相關文獻 內容摘要	需求率		
			固定 常數	線性 函數	斜坡 函數
Datta & Pal	1990	建立之存貨模式，需求率和存貨有關，存貨量最大時，需求亦最大，隨著存貨數量的減少需求也將隨之降低，待存貨減少至某個水準時，需求率即呈穩定狀態。		◎	
Mandal & Pal	1998	兩位學者即提出一具斜坡型需求率的損耗性產品存貨模式。			◎
Wu & Ouyang	2000	考慮需求率為斜坡型函數且允許缺貨的損耗性產品。			◎
Manna & Chaudhuri	2004	考慮需求率為斜坡型需求率EOQ模型，依賴損耗的速度，單位生產成本和短缺。			◎
Cheng & Wang	2009	提出損耗性產品的存貨模型梯形型需求率，探討損耗性產品的梯形型需求率三個模型。			◎
Cheng et al.	2011	考慮梯形型需求和損耗性產品部分缺貨的最適政策。			◎
Uthayakumar & Rameswari	2012	有缺陷的產品，梯形型需求率的經濟生產批量模型。			◎
本研究	2013	損耗性產品下降梯形型及上升斜坡需求率的存貨模型。			◎

資料來源：本研究整理

### 2.3 有限生產率之存貨模式相關文獻

Misra(1975)首先提出有限生產率存貨模式，固定損耗率及變動損耗

率兩種模型，假設生產率和需求率為固定常數，Mak(1982)提出的模式延續Misra(1975)，且假設損耗率服從指數分配；Raafat et al(1991)提出指數型損耗性產品生產批量，允許缺貨的存貨模式，生產率依不同的狀況變動，Bhunia and Maiti(1997)則提出生產率與存貨水準及需求率相關的兩種存貨模式，Manna and Chaudhurt(2001)提出生產率與需求率有關，缺貨及不缺貨之損耗性存貨模型。

Chung and Huang(2003)建立有限生產率且允許延遲付款條件下的存貨模式，Hsu et al. (2007)提出損耗性產品考慮生產與零售商的訂貨量有關，產品到期日和不確定交貨時間的訂貨決策，後續Cheng and Wang(2009)提出損耗性產品的庫存模型梯形型需求率，生產速度是無限的，Skouri et al.(2011)提出斜坡型需求率，生產率與需求有關。

在存貨系統，經營者經必需考慮銷售量及生產量之間平衡，產品必須滿足顧客的需求，同時進行訂購生產，保持適當在生產率大於需求率的情況下，存貨累積至一定的數量時便停止，維持最小總成本的庫存控制，通常而言，廠商的生產能力也不是固定不變的，多數的廠商會隨著需求率來調整生產率，所以在建立存貨模式時，本文也將生產率會隨著需求率改變納入考量。如表2.3 有限生產率之存貨模式相關文獻與本研究之比較表。

表2.3 有限生產率之存貨模式相關文獻與本研究之比較表

作者	年份	相關文獻 內容摘要	生產率	
			固定	變動
Misra	1975	首先提出有限生產率存貨模式。	◎	
Mak	1982	提出的模式延續Misra (1975)，且改變損耗率。	◎	

作者	年份	相關文獻 內容摘要	生產率	
			固定	變動
Raafat et al.	1991	提出指數型損耗性產品生產批量，允許缺貨的存貨模式，生產率依不同的狀況變動。		◎
Bhunia & Maiti	1997	則提出生產率與存貨水準及需求率相關的兩種存貨模式。		◎
Manna & Chaudhurt	2001	提出生產率與需求率有關，缺貨及不缺貨之損耗性存貨模型。		◎
Chung & Huang	2003	建立有限生產率且允許延遲付款條件下的存貨模式。	◎	
Hsu et al.	2007	提出損耗性產品考慮生產與零售商的訂貨量有關，產品到期日和不確定交貨時間的訂貨決策。		◎
K. Skouri et al.	2011	提出斜坡型需求率，生產率與需求有關。		◎
Uthayakumar & Rameswari	2012	有缺陷的產品，梯形型需求率的經濟生產批量模型。		◎
本研究	2013	損耗性產品下降梯形型及上升斜坡需求率的存貨模型，生產率會隨著需求率變動。		◎

資料來源：本研究整理

## 第三章 每週期需求皆為下降梯型需求之存貨模式

本章節建立一具有下降梯型需求且考慮損耗性產品存貨模式，假設生產率與需求有關，產品損耗率為固定常數，目的在決定最佳生產時間及生產週期時間使得單位時間總成本最小。首先，用數理方法建立以單位時間總平均成本為目標函數的數學式，因為下降梯型需求率與時間點於需求逐漸上升至需求呈現穩定狀態時間點產生變動及需求由穩定狀態至需求呈現下降狀態的時間點產生變動，所以本章分別討論存貨週期中沒有缺貨及缺貨的模式，並提出一演算法以求得最佳解，接著以一數值範例來說明此模式之求解過程，最後再對此模式進行敏感度分析。

### 3.1 符號與假設

#### 3.1.1 符號

為便於存貨模式的建立，本章使用下列的符號。

1.  $C_1$ ：籌置成本(Setup cost per setup)，元/次。
2.  $C_2$ ：儲存成本(Inventory Carrying Cost)，元/單位。
3.  $C_3$ ：損耗成本(Deterioration Cost)，元/單位。
4.  $C_4$ ：缺貨成本(Unit shortage cost)，元/單位。
5.  $t_1$ ：一存貨週期內最高存貨水準的時間點。
6.  $t_2$ ：沒有缺貨時存貨週期的時間點。
7.  $t_3$ ：存貨週期產品開始短缺的時間點。
8.  $t_4$ ：缺貨時存貨週期的時間點。

9.  $I(t)$  : 在時點  $t$  時的存貨水準於時間週期  $[0, t_2]$  及時間週期  $[0, t_4]$  。
10.  $I_{max}$  : 最大存貨水準 (The maximum inventory level) 。
11.  $OC$  : 一週期內的籌置成本 (Ordering cost) 。
12.  $HC$  : 一週期內的儲存成本 (Total holding cost) 。
13.  $DC$  : 一週期內的損耗成本 (Deteriorating cost) 。
14.  $SC$  : 一週期內的產品缺貨損失成本 (Shortage cost) 。
15.  $TC$  : 一週期內的總成本 (Total cost) 。
16.  $ATC$  : 一週期內每單位時間的總平均成本 (Average total cost) 。

### 3.1.2 假設

為便於存貨模式的建立，本章使用下列的假設。

1. 考慮單一產品，無限計畫期間。
2. 前置期從零開始。
3. 時間週期  $[0, t_2]$  及時間週期  $[0, t_4]$  之最初和最後的存貨水準均為0。
4. 在時間  $t$  的需求率  $D(t)$  單位時間需求量如圖3.1之下降梯型需求函數，即  $D(t)$  為

$$D(t) = \begin{cases} b_0 t & 0 \leq t \leq \mu_1, \\ b_0 \mu_1 & \mu_1 \leq t \leq \mu_2, \\ a_1 - b_1 t & \mu_2 \leq t \leq \frac{a_1}{b_1}. \end{cases}$$

其中  $\mu_1$  為需求函數  $D(t)$  的遞增終點。

$\mu_2$  為需求函數  $D(t)$  的遞減起點。

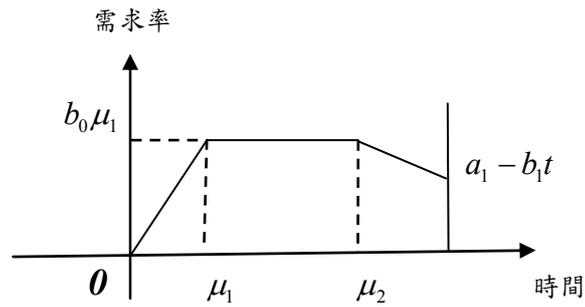


圖3.1. 下降梯型需求率與時間關係

資料來源：本研究整理

5.  $\beta$  為生產率與需求有關，生產函數定義為： $P(t) = \beta D(t)$  ( $1 < \beta$ )。
6.  $\theta$  為存貨之損耗率，損耗率為常數。
7. 產品於入庫之後才開始有損耗的發生。

### 3.2 模式建立

本節中，將討論損耗性產品在下降梯型需求之兩個存貨模型：模型1下降梯型需求沒有缺貨的存貨模型。模型2下降梯型需求缺貨的存貨模型。這產品的下降梯型需求是依賴於 $\mu_1$ 及 $\mu_2$ 的相對數據。

#### 3.2.1 模型1：下降梯型需求沒有缺貨的存貨模型

$t = 0$  為一週期時 $[0, t_2]$ 的開始點， $t_1$  為生產停止點，即 $[0, t_1]$  為產品生產區間； $[t_1, t_2]$  為產品停止生產區間，其中 $t_1$  與 $t_2$  皆為模型的決策變數，在時間區間 $[t_1, t_2]$  內，產品的需求和損耗的同時影響存貨水準，隨時間而逐漸在 $t = t_2$  時，存貨水準下降至零。(如圖3.2)

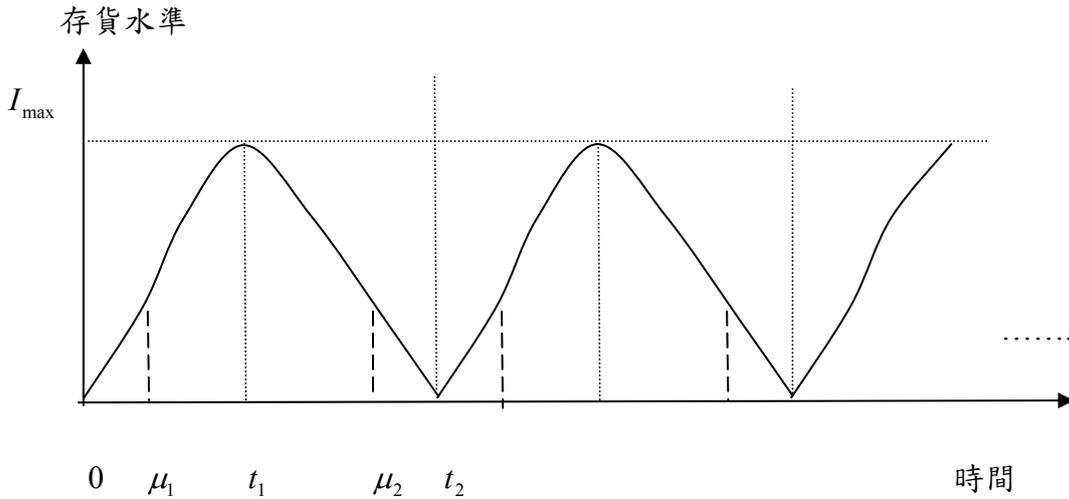


圖3.2 下降梯型需求沒有缺貨存貨水準與時間關係

資料來源：本研究整理

從圖3.2中可以發現；存貨水準與時間的關係，可以將一存貨週期依時間先後順序 $[0, \mu_1]$ ， $[\mu_1, t_1]$ ， $[t_1, \mu_2]$ 與 $[\mu_2, t_2]$ 等4個階段，如果用 $I_1(t)$ ， $I_2(t)$ ， $I_3(t)$ 與 $I_4(t)$ 分別代表此4階段的存貨水準，即

$$I(t) = \begin{cases} I_1(t), & 0 \leq t \leq \mu_1 \\ I_2(t), & \mu_1 \leq t \leq t_1 \\ I_3(t), & t_1 \leq t \leq \mu_2 \\ I_4(t), & \mu_2 \leq t \leq t_2 \end{cases}$$

階段1：時間間隔 $[0, \mu_1]$ 期間中，於3.12假設中之4、5、6項次及圖4.1、圖4.2 知道由需求率是 $b_0t$ ，生產率是 $\beta b_0t$ 和在時間 $t$ 的損耗率 $\theta I_1(t)$ 的組合。因此，在時間 $t$ 的存貨水準，可得 $I_1(t)$ 微分方程式為

$$\frac{dI_1(t)}{dt} + \theta I_1(t) = (\beta - 1)b_0t, \quad 0 \leq t \leq \mu_1 \quad (3.1)$$

邊界條件 $I_1(0) = 0$

階段2：時間間隔 $[\mu_1, t_1]$  期間中，於3.12假設中之4、5、6項次及圖3.1、

圖3.2知道是由需求率  $b_0\mu_1$ ，生產率  $\beta b_0\mu_1$  和在時間  $t$  的損耗率  $\theta I_2(t)$  的組合。因此，時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_2(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + \theta I_2(t) = (\beta - 1)b_0\mu_1, \quad \mu_1 \leq t \leq t_1 \quad (3.2)$$

$$\text{邊界條件 } I_2(\mu_1) = I_1(\mu_1)$$

階段3：在該時間  $[t_1, \mu_2]$  間隔中，於3.12假設中之4、6項次及圖3.1、圖3.2知道由需求  $b_0\mu_1$  和在時間  $t$  的損耗率  $\theta I_3(t)$  耗損的組合。因此，時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_3(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_3(t)}{dt} + \theta I_3(t) = -b_0\mu_1, \quad t_1 \leq t \leq \mu_2 \quad (3.3)$$

$$\text{邊界條件 } I_3(t_1) = I_2(t_1), I_3(\mu_2) = I_4(\mu_2)$$

階段4：在時間  $[\mu_2, t_2]$  間隔中，於3.12假設中之4、6項次及圖3.1、圖3.2知道由需求  $(a_1 - b_1t)$  和在時間  $t$  的損耗率  $\theta I_4(t)$  耗損的組合。因此，時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_4(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_4(t)}{dt} + \theta I_4(t) = -(a_1 - b_1t), \quad \mu_2 \leq t \leq t_2 \quad (3.4)$$

$$\text{邊界條件 } I_4(t_2) = 0$$

解方程式(3.1)可求得  $I_1(t)$

$$I_1(t) = \frac{e^{-t\theta}(\beta - 1)(1 - e^{t\theta} + e^{t\theta}t\theta)b_0}{\theta^2}, \quad 0 \leq t \leq \mu_1 \quad (3.5)$$

$$I_1(\mu_1) = \frac{e^{-\mu_1\theta}(\beta - 1)(1 - e^{\mu_1\theta} + e^{\mu_1\theta}\mu_1\theta)b_0}{\theta^2}$$

解方程式(3.2) 可求得  $I_2(t)$

$$I_2(t) = \frac{e^{-t\theta}(\beta - 1)(1 + e^{t\theta}\theta\mu_1 - e^{\mu_1\theta})b_0}{\theta^2}, \quad \mu_1 \leq t \leq t_1 \quad (3.6)$$

解方程式(3.4) 可求得  $I_4(t)$

$$I_4(t) = \frac{(-1 + e^{(-t+t_2)\theta})a_1\theta + (-1 + t\theta + e^{(-t+t_2)\theta}(1-t_2\theta))b_1}{\theta^2}, \quad \mu_2 \leq t \leq t_2 \quad (3.7)$$

$$I_4(\mu_2) = \frac{(-1 + e^{(-\mu_2+t_2)\theta})a_1\theta + (-1 + \mu_2\theta + e^{(-\mu_2+t_2)\theta}(1-t_2\theta))b_1}{\theta^2}$$

求得  $I_4(t)$  後，由邊界條件  $I_3(\mu_2) = I_4(\mu_2)$ ，解方程式(3.3) 可求得  $I_3(t)$

$$I_3(t) = \frac{e^{-t\theta}((e^{t_2\theta} - e^{\mu_2\theta})a_1\theta - (e^{t\theta} - e^{\theta\mu_2})\mu_1 b_0\theta + b_1(e^{t_2\theta}(1-t_2\theta) + e^{\mu_2\theta}(-1 + \mu_2\theta)))}{\theta^2} \quad t_1 \leq t \leq \mu_2 \quad (3.8)$$

由圖3.2可知，最大存貨水準發生在  $t_1$ ，最大存貨值為

$$I_{\max} = I_3(t_1) = I_2(t_1).$$

$$\begin{aligned} & \frac{e^{-t_1\theta}(\beta - 1)(1 + e^{t_1\theta}\theta\mu_1 - e^{\mu_1\theta})b_0}{\theta^2} \\ &= \frac{e^{-t_1\theta}((e^{t_2\theta} - e^{\mu_2\theta})a_1\theta - (e^{t_1\theta} - e^{\theta\mu_2})\mu_1 b_0\theta + b_1(e^{t_2\theta}(1-t_2\theta) + e^{\mu_2\theta}(-1 + \mu_2\theta)))}{\theta^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

解方程式 (3.9)，可求得  $t_1$

$$\begin{aligned} t_1 = \frac{1}{\theta} & \left[ \text{Log} \left[ \frac{1}{\beta\theta\mu_1 b_0\theta} (e^{t_2\theta} - e^{\theta\mu_2}) a_1\theta \right. \right. \\ & \left. \left. + b_0((-1 + e^{\mu_1\theta})(-1 + \beta) + e^{\theta\mu_2}\theta\mu_1) + b_1(e^{t_2\theta}(1-t_2\theta) + e^{\mu_2\theta}(-1 + \theta\mu_2)) \right] \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

由(3.10)式得知， $t_2$  可以用  $t_1$  表示

計算一週期內的存貨相關總成本是由下列三種成本所組成：籌置成本( $OC_1$ )、儲存成本( $HC_1$ )、損耗成本( $DC_1$ )，以下分別求算這三項成本。

1. 一週期的產品籌置成本  $OC_1 = C_1$  (3.11)

2. 一週期的產品儲存成本  $HC_1$

$$HC_1 = C_2 \left[ \int_0^{\mu_1} I_1(t)dt + \int_{\mu_1}^{t_1} I_2(t)dt + \int_{t_1}^{\mu_2} I_3(t)dt + \int_{\mu_2}^{t_2} I_4(t)dt \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\theta^3} (e^{-t_1\theta} C_2 (2a_1\theta(e^{t_2\theta} - e^{\theta\mu_2} - e^{t_1\theta}\theta(t_2 - \mu_2))) \\
&\quad + b_1(-2e^{t_2\theta}(-1 + t_2\theta) + 2e^{\mu_2\theta}(-1 + \mu_2\theta) + e^{t_1\theta}\theta^2(t_2^2 - \mu_2^2)) \\
&\quad + b_0(2(-1 + e^{\mu_1\theta})(-1 + \beta) \\
&\quad + \theta\mu_1(2e^{\mu_2\theta} + e^{t_1\theta}(-2\beta + 2t_1\beta\theta + (\theta - \beta\theta)\mu_1 - 2\mu_2\theta)))) \quad (3.12)
\end{aligned}$$

3. 一週期的產品損耗成本  $DC_1$

$$\begin{aligned}
DC_1 &= C_3 [\beta \int_0^{\mu_1} b_0 t dt + \beta \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 \mu_1 dt - \int_0^{\mu_1} b_0 t dt - \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 \mu_1 dt - \int_{t_1}^{\mu_2} b_0 \mu_1 dt - \int_{\mu_2}^{t_2} (a_1 - b_1 t) dt] \\
&= \frac{1}{2} C_3 (b_0 \mu_1 (2t_1 \beta + \mu_1 - \beta \mu_1 - 2\mu_2) - 2a_1 (t_2 - \mu_2) + b_1 (t_2^2 - \mu_2^2)) \quad (3.13)
\end{aligned}$$

由方程式(3.11)、(3.12)及(3.13)式，三項相加可得一週期的總成本  $TC_1$

$$TC_1(t_1, t_2) = OC_1 + HC_1 + DC_1 \quad (3.14)$$

因此在時間  $[0, t_2]$  範圍中，單位時間的總平均成本  $ATC_1(t_1, t_2)$

$$ATC_1(t_1, t_2) = \frac{TC_1(t_1, t_2)}{t_2} \quad (3.15)$$

由(3.10)式可知， $t_1$  是  $t_2$  函數，因此  $ATC_1(t_1, t_2)$  在 (3.15) 式，可以減少  $t_1$  函數， $ATC_1(t_2)$  表示即  $ATC_1(t_2) = ATC_1(t_1, t_2)$ 。因此可以得到的  $t_2^*$  值從方程式(3.15) 式，一旦獲得  $t_2^*$  最佳解，相應的最佳  $t_1^*$  值，可以從方程式 (3.10) 式確定。

因為 (3.14) 式  $TC_1(t_1, t_2)$  是  $t_2^*$  變量函數， $ATC_1$  值的最小值滿足下列必要條件

$$\text{一階條件 } \left. \frac{dATC_1}{dt_2} \right|_{(t_2^*)} = 0 \quad (3.16)$$

解 (3.15) 式可求得  $t_2^*$ ，接著檢驗  $t_2^*$  是否滿足(3.17)式，以確定所得

的解為相對最佳解。

$$\text{二階條件 } \left. \frac{d^2 ATC_1}{dt_2^2} \right|_{(t_2^*)} > 0 \quad (3.17)$$

演算法：

步驟1. 將所設定參數值代入(3.15)式，求得 $t_2$ ，檢查 $t_2$ 是否滿足條件：

$$\mu_2 < t_2, \text{ 如果無法滿足條件 } \mu_2 < t_2, \text{ 則無可行解。}$$

步驟2. 接著檢驗 $t_2$ 是否滿足(3.17)式，以確定所得的解為相對最佳解。

$$\left. \frac{d^2 ATC_1}{dt_2^2} \right|_{(t_2^*)} > 0。$$

步驟3. 將參數值及 $t_2$ 值代入(3.10)式，求得 $t_1$ ，檢查 $t_1$ 是否滿足條件

$$\mu_1 < t_1 < \mu_2, \text{ 如果無法滿足條件 } \mu_1 < t_1 < \mu_2, \text{ 則無可行解。}$$

步驟4. 將取得滿足條件之參數值及 $t_1$ 、 $t_2$ 值代入(3.15)式求出 $ATC_1$ ，

取最佳總平均成本 $ATC_1^*$ ，決定最佳的 $t_1^*$ 、 $t_2^*$ 值。

### 3.2.2 模型2：下降梯型需求缺貨的存貨模型

$t = 0$  為一週期時 $[0, t_2]$ 的開始點， $t_1$  為生產停止點，即 $[0, t_1]$  為產品生產區間； $[t_1, t_2]$  為產品停止生產區間，其中 $t_1$  與 $t_2$  皆為模型的決策變數，在時間區間 $[t_1, t_2]$  內，產品的需求和損耗的同時影響存貨水準，隨時間而逐漸在 $t = t_2$  時，存貨水準下降至零； $[t_2, t_3]$  為產品缺貨區間，開始缺貨並擴大缺貨水準，在時間區間 $[t_2, t_3]$  內，產品的需求影響存貨水準； $[t_3, t_4]$  為產品缺貨開始生產區間，開始生產並逐漸減少缺貨水準， $t = t_4$  最終存貨水準會上升至零缺貨，在時間區間 $[t_3, t_4]$  內，產品的生產及需求同

時影響存貨水準，其中  $t_3$  與  $t_4$  皆為模型的決策變數。(如圖 3.3)

存貨水準

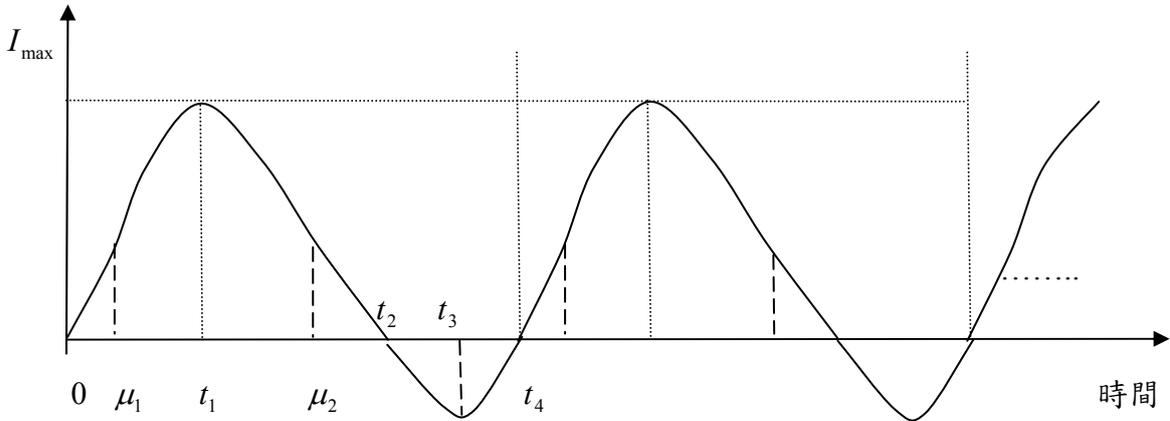


圖3.3 下降梯型需求缺貨的存貨水準與時間關係

資料來源：本研究整理

從圖3.3 中可以發現；存貨水準與時間的關係，可以將一存貨週期依時間先後順序  $[0, \mu_1]$ 、 $[\mu_1, t_1]$ 、 $[t_1, \mu_2]$ 、 $[\mu_2, t_2]$ 、 $[t_2, t_3]$  與  $[t_3, t_4]$  等6個階段，如果用  $I_1(t)$ 、 $I_2(t)$ 、 $I_3(t)$ 、 $I_4(t)$ 、 $I_5(t)$  與  $I_6(t)$  分別代表此6階段的存貨水準，其中  $I_1(t)$ 、 $I_2(t)$ 、 $I_3(t)$ 、 $I_4(t)$  與模型1中的4個階段相同， $I_5(t)$  與  $I_6(t)$ ，即

$$I(t) = \begin{cases} I_5(t), & t_2 \leq t \leq t_3 \\ I_6(t), & t_3 \leq t \leq t_4 \end{cases}$$

階段5：缺貨的間隔  $[t_2, t_3]$  期間中，於圖3.1和圖3.3 知道由需求率是  $(a_1 - b_1 t)$ 。因此，在時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_5(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_5(t)}{dt} = -(a_1 - b_1 t), \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (3.18)$$

邊界條件  $I_5(t_2) = 0$ .

解方程式(3.18)，可求得  $I_5(t)$

$$I_5(t) = \frac{1}{2}(t - t_2)(-2a_1 + (t + t_2)b_1), \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (3.19)$$

階段6：缺貨間隔  $[t_3, t_4]$  期間中，於3.12假設中之4、5項次及圖3.1、圖3.3知道由需求率  $(a_1 - b_1t)$ ，生產率  $\beta(a_1 - b_1t)$  的缺貨訂單水準於  $t$  時，可得  $I_6(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_6(t)}{dt} = (\beta - 1)(a_1 - b_1t), \quad t_3 \leq t \leq t_4 \quad (3.20)$$

解方程式(3.20)，可求得  $I_6(t)$

$$I_6(t) = -\frac{1}{2}(t - t_4)(\beta - 1)(-2a_1 + (t + t_4)b_1) \quad (3.21)$$

邊界條件  $I_6(t_4) = 0$

由圖3.3可知，最大缺貨水準發生在  $t_3$ ，最大缺貨值為

$I_5(t_3) = I_6(t_3)$  得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(t_3 - t_2)(-2a_1 + (t_3 + t_2)b_1) \\ &= -\frac{1}{2}(t_3 - t_4)(\beta - 1)(-2a_1 + (t_3 + t_4)b_1) \end{aligned} \quad (3.22)$$

解方程式 (3.22)，可求得  $t_3$

$$t_3 = \frac{-2\beta a_1 - \sqrt{4\beta^2 a_1^2 + 4\beta b_1(-2t_2 a_1 + 2t_4 a_1 - 2t_4 \beta a_1 + t_2^2 b_1 - t_4^2 b_1 + t_4^2 \beta b_1)}}{2\beta b_1} \quad (3.23)$$

由(3.23)式得知， $t_2$  和  $t_4$  可以用  $t_3$  表示

計算一週期內的存貨相關總成本是由下列四種成本所組成：籌置成本( $OC_2$ )、儲存成本( $HC_2$ )、損耗成本( $DC_2$ )及缺貨損失成本( $SC_2$ )，以下

分別求算這四項成本

$$1. \text{ 一週期的產品籌置成本 } OC_2 = C_1 \quad (3.24)$$

$$2. \text{ 一週期的產品儲存成本 } HC_2 = HC_1$$

$$HC_2 = C_2 \left[ \int_0^{\mu_1} I_1(t) dt + \int_{\mu_1}^{t_1} I_2(t) dt + \int_{t_1}^{\mu_2} I_3(t) dt + \int_{\mu_2}^{t_2} I_4(t) dt \right] \quad (3.25)$$

$$3. \text{ 一週期的產品損耗成本 } DC_2$$

$$DC_2 = C_3 \left[ \beta \int_0^{\mu_1} b_0 t dt + \beta \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 \mu_1 dt + \beta \int_{t_1}^{t_3} (a_1 - b_1 t) - \int_0^{\mu_1} b_0 t dt - \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 \mu_1 dt \right. \\ \left. - \int_{t_1}^{\mu_2} b_0 \mu_1 dt - \int_{\mu_2}^{t_2} (a_1 - b_1 t) dt - \int_{t_2}^{t_3} (a_1 - b_1 t) dt - \int_{t_3}^{t_4} (a_1 - b_1 t) dt \right] \quad (3.26)$$

$$4. \text{ 一週期的產品缺貨成本 } SC_2$$

$$SC_2 = C_4 \left[ \int_{t_2}^{t_3} -I_5(t) dt + \int_{t_3}^{t_4} -I_6(t) dt \right] \\ = C_4 \left[ \int_{t_2}^{t_3} -\frac{1}{2} (t - t_2) (-2a_1 + (t + t_2) b_1) dt + \int_{t_3}^{t_4} -\left( -\frac{1}{2} (t - t_4) (-1 + \beta) (-2a_1 + (t + t_4) b_1) \right) dt \right] \\ = -\frac{(-3((t_2 - t_4)(t_2 - 2t_3 + t_4) + (t_3 - t_4)^2 \beta) a_1 + (2t_2^3 - 3t_2^2 t_3 - 3t_3 t_4^2 (-1 + \beta) + 2t_4^3 (-1 + \beta) + t_3^3 \beta) b_1) C_4}{6} \quad (3.27)$$

由方程式(3.23)、(3.24)、(3.25)及(3.27)式，四項相加可得

一週期的總成本

$$TC_2(t_1, t_2, t_3, t_4) = OC_2 + HC_2 + DC_2 + SC_2 \quad (3.28)$$

因此在時間 $[0, t_4]$ 範圍中的每單位時間的總平均成本

$$ATC_2(t_1, t_2, t_3, t_4) = \frac{TC_2(t_1, t_2, t_3, t_4)}{t_4} \quad (3.29)$$

從方程式(3.10)和(3.22)中知道 $t_1$ 是 $t_2$ 的函數， $t_3$ 是 $(t_2, t_4)$ 函數，所以在模型2中的決策變數可減少，從四個維度 $(t_1, t_2, t_3, t_4)$ 成為兩個維度 $(t_2, t_4)$ ，在這模型中最小值 $ATC_2(t_2, t_4)$ ，本文的目標是找到的最佳 $t_2^*$ 和

$t_4^*$  值，使得  $ATC_2(t_2, t_4)$  是最小的，即在找到最佳  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，將  $ATC_2$  對  $t_2$  和  $t_4$  一階微分，即

$$\frac{\partial ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2} = 0, \quad \frac{\partial ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4} = 0 \quad (3.30)$$

一旦取得  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，必須驗證  $t_2^*$  及  $t_4^*$  值為最佳解，因此需進一步對  $ATC_2(t_2)$ ， $ATC_2(t_4)$  進行二階微分，可確定為最小化平均總成本，方能證明所得解為最佳解。

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0 \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0 \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \times \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} - \left[ \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2 \partial t_4} \right]^2 \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0 \quad (3.33)$$

演算法：

步驟1. 將所設定參數值代入 (3.29) 式，求得  $t_2^*$  和  $t_4^*$ ，檢查  $t_2^*$  是否滿足的條件： $\mu_2 < t_2 < t_3$ ，檢查  $t_4^*$  是否滿足的條件： $t_3 < t_4$ ，如果無法滿足條件，則無可行解。

步驟2. 一旦取得  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，必須驗證  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值為最佳解，因此需進一步確定所得解是否滿足

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \times \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} - \left[ \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2 \partial t_4} \right]^2 \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0$$

步驟3. 將參數值及  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值代入(3.10)及(3.23)式求出  $t_1^*$  和  $t_3^*$ ，檢查

$t_1^*$  是否滿足的條件： $\mu_1 < t_1 < \mu_2$ ，檢查  $t_3^*$  是否滿足的條件：

$t_2 < t_3 < t_4$ ，如果無法滿足條件，則無可行解。

步驟4. 將取得滿足條件之參數值及  $t_1^*$ 、 $t_2^*$ 、 $t_3^*$  及  $t_4^*$  值代入(3.30)式求出  $ATC_2$ ，取最佳總平均成本  $ATC_2^*$ 。

### 3.3 數值範例

為了說明上述解決方案的過程中，本文以範例數據作為模式求解的說明。

1. 籌置成本  $C_1=200$ 元
2. 儲存成本  $C_2=3$ 元/單位
3. 損耗成本  $C_3=5$ 元/單位
4. 缺貨成本  $C_4=6$ 元/單位
5. 損耗率  $\theta=0.03$
6. 需求函數參數  $\mu_1=2$
7. 需求函數參數  $\mu_2=6$
8. 需求常數  $b_0=1000$
9. 需求常數  $a_1=200$
10. 需求常數  $b_1=20$
11. 生產率參數  $\beta=1.3$

### 3.3.1 模型 1: 下降梯型需求沒有缺貨的存貨模型範例

將範例數據的參數值代入 (3.15) 式，求得  $t_2^*$ ，接著檢驗  $t_2$  是否滿足 (3.17) 式，以確定所得的解為相對最佳解， $\frac{d^2 ATC_1}{dt_2^2} \Big|_{(t_2)} = 28.9037 > 0$ ，將  $t_2^*$  值代入 (3.10) 式中，求出  $t_1^*$ ，進一步算出對應最小總平均成本  $ATC_1^*$ 。因此本問題的最佳解，最高存貨時間即最佳的生產停止時點  $t_1^* = 4.97182$ ，存貨週期時間即最佳的生產重啟週期  $t_2^* = 8.80225$ ；檢查  $t_1^*$  是否滿足條件  $\mu_1 < t_1 < \mu_2$ ；檢查  $t_2^*$  滿足條件： $\mu_2 < t_2$ ，並求得最佳單位時間總平均成本  $ATC_1^* = 2182.82$  元。

### 3.3.2 模型 2: 下降梯型需求缺貨的存貨模型範例

將以上的參數值代入 (3.29) 式，求得  $t_2^*$ 、 $t_4^*$ ，取得  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，必須驗證  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值為最佳解，因此需進一步確定所得解是否滿足

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} = 40.7184 > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} = 3.4532 > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \times \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} - \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2 \partial t_4} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} = 129.69 > 0$$

接著將  $t_2^*$  值，代入 (3.10) 式中，求出  $t_1^*$ ，接著將  $t_4^*$  值，代入 (3.23) 式中，求出  $t_3^*$ ，進一步算出對應最小總平均成本  $ATC_2^*$ 。因此，本問題

的最佳解，最高存貨時間即最佳的生產停止時點  $t_1^* = 4.9689$ 、短缺開始時間  $t_2^* = 8.5455$ 、生產重啟時間  $t_3^* = 12.5805$  及存貨週期時間  $t_4^* = 14.6694$ ，檢查  $t_1^*$  滿足條件： $\mu_1 < t_1 < \mu_2$ ；檢查  $t_2^*$  滿足條件： $t_1 < t_2 < t_3$ ；檢查  $t_3^*$  滿足條件： $t_2 < t_3 < t_4$ ；檢查  $t_4^*$  滿足條件： $t_3 < t_4$ ，並求得最佳總平均成本  $ATC_2^* = 1290.08$  元。

### 3.4 敏感度分析

以 3.2 數值範例中所提出範例數據作為基準，本研究提出的模型參數敏感性分析，在一時間和一參數中，改變（增加或減少）參數值 25% 和 50%，其餘參數保持其原始基準值。各參數值變動的敏感度分析結果如表 3.1 及表 3.2 所示。

#### 3.4.1 模型 1：數值範例在參數變動下之敏感度分析

表 3.1 模型 1: 數值範例在參數變動下之敏感度分析

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$ATC_1^*$
		(%)		
$C_1 = 200$ 元	50	0.0016	0.0819	0.4499
	25	0.0008	0.0410	0.2249
	-25	-0.0008	-0.0411	-0.2249
	-50	-0.0014	-0.0825	-0.4499
$C_2 = 3$ 元/單位	50	-0.0010	-0.0532	47.1908
	25	-0.0006	-0.0317	23.5956
	-25	0.0010	0.0512	-23.5952
	-50	0.0028	0.1483	-47.1908
$C_3 = 5$ 元/單位	50	0.0000	-0.0039	2.3598
	25	0.0000	-0.0019	1.1801

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$ATC_1^*$
	(%)			
	-25	0.0000	0.0020	-1.1797
	-50	0.0002	0.0040	-2.3593
$\mu_1=2$	50	1.7291	2.7625	20.4039
	25	0.8279	1.6945	11.5598
	-25	-0.7092	-2.7860	-14.8253
	-50	-1.2167	-7.7179	-33.7563
$\mu_2=6$	50	46.6891	42.7124	60.6944
	25	22.8494	41.5104	8.1816
	-25	-22.9572	-10.8971	-35.5774
	-50	-46.0588	-32.5096	-59.8914
$\theta=0.03$	50	0.6682	-0.1907	1.1430
	25	0.3365	-0.0961	0.5795
	-25	-0.3413	0.0975	-0.5956
	-50	-0.6875	0.1963	-1.2076
$b_0=1000$	50	-0.3500	5.1306	40.1971
	25	-0.2017	2.9701	20.2023
	-25	0.2804	-4.2971	-20.6439
	-50	4.6768	-10.9344	-42.3269
$\beta=1.3$	50	-25.4710	10.9166	93.9899
	25	-15.1315	7.8214	56.0655
$a_1=200$	50	4.2282	23.5105	4.2624
	25	1.9361	16.7383	-3.6123
	-25	-1.4264	9.6720	-16.2313
	-50	-1.6571	-14.1949	8.0025
$b_1=10$	50	-2.3977	10.8909	-23.2988
	25	-0.9592	4.7863	-9.5936
	-25	1.7360	20.4692	-6.7385
	-50	4.8499	41.6286	0.0687

資料來源：本研究整理

由表3.1 沒有缺貨模型數值範例在參數變動下之敏感度分析得知

1.  $C_1$  值增加表示較高的籌置成本，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。圖3.4 顯示籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析。

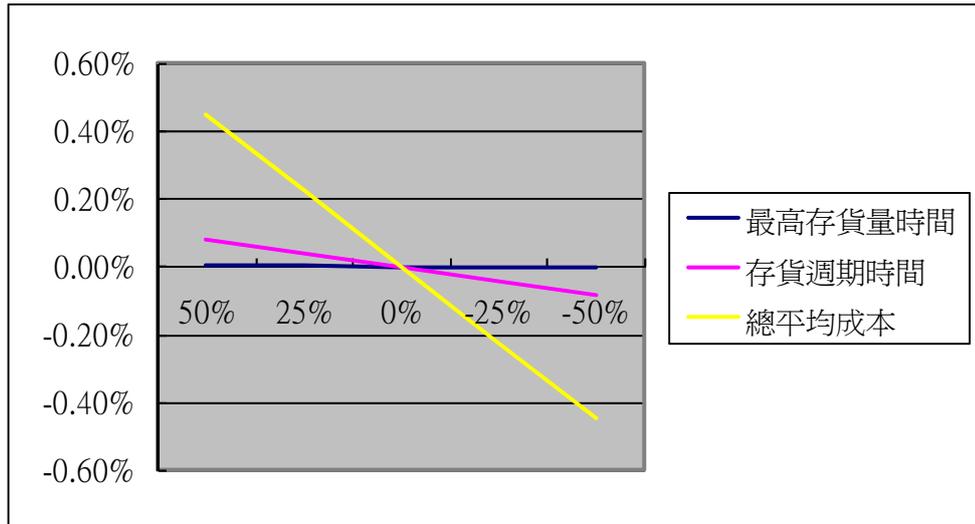


圖3.4 籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

2.  $C_2$  值增加表示較高的儲存成本，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞減(圖3.5 顯示2線條重疊，顯示  $t_1^*$  與  $t_2^*$  變動並不敏感)，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。圖3.5 顯示儲存成本  $C_2$  值變動下的敏感度分析。

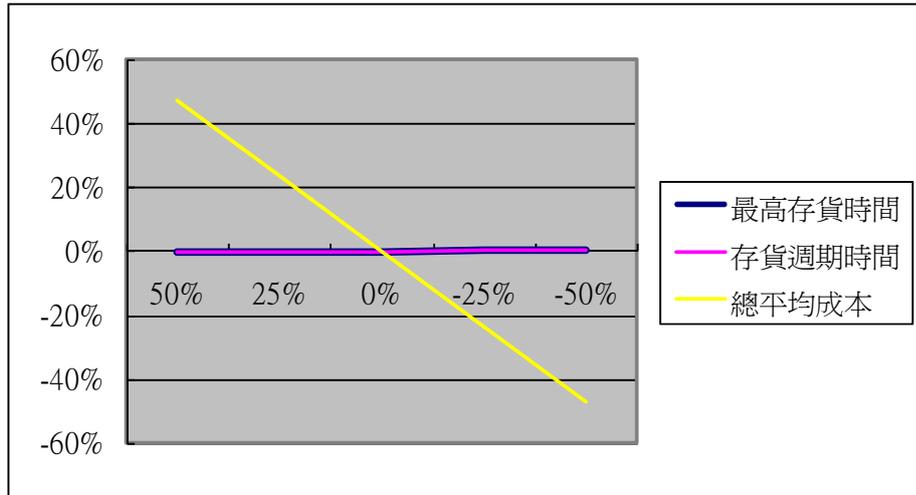


圖3.5 儲存成本  $C_2$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

3.  $C_3$  值增加表示較高的損耗成本，從而導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞減(圖3.6 顯示2線條重疊，顯示  $t_1^*$  與  $t_2^*$  變動並不敏感)，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。圖3.6 顯示損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析。

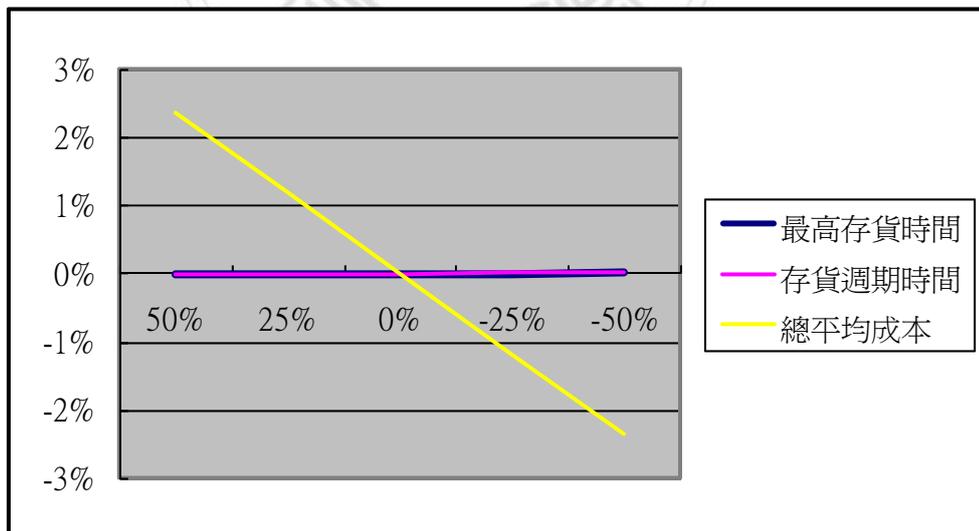


圖3.6 損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

4.  $\mu_1$  參數值增加表示導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。圖3.7 顯示  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析。

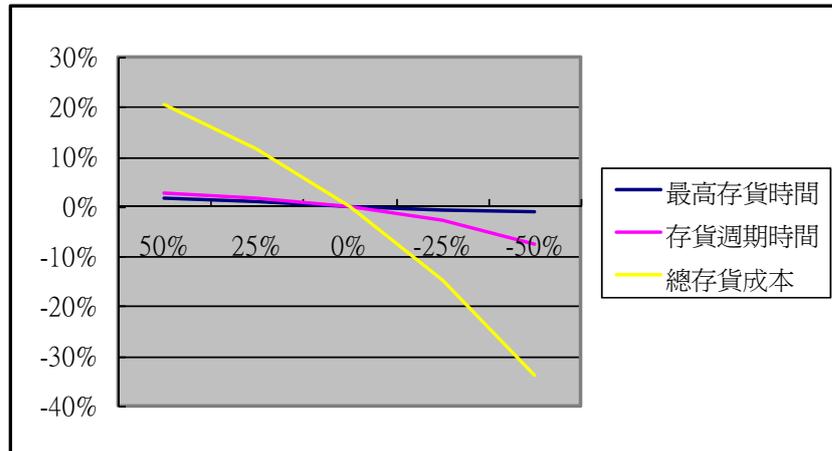


圖3.7  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

5.  $\mu_2$  參數值增加表示導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。圖3.8 顯示  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析。

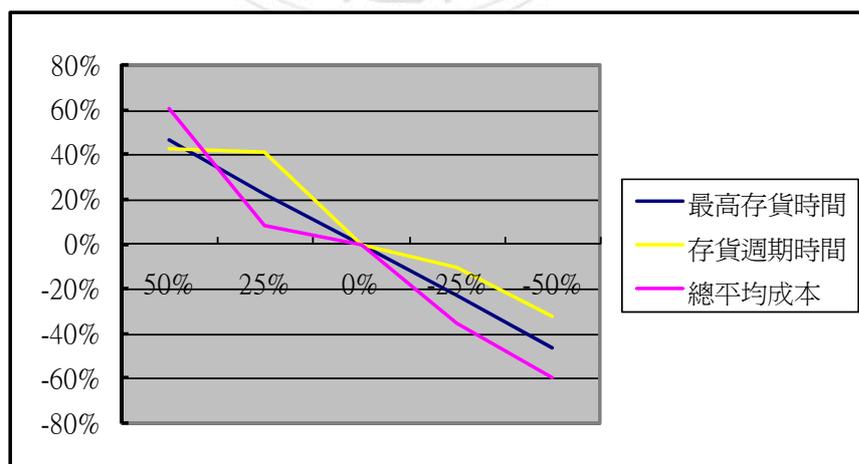


圖3.8  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

6.  $\theta$  參數數值增加表示導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞增和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 增加後減少，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。圖3.9 顯示  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析。

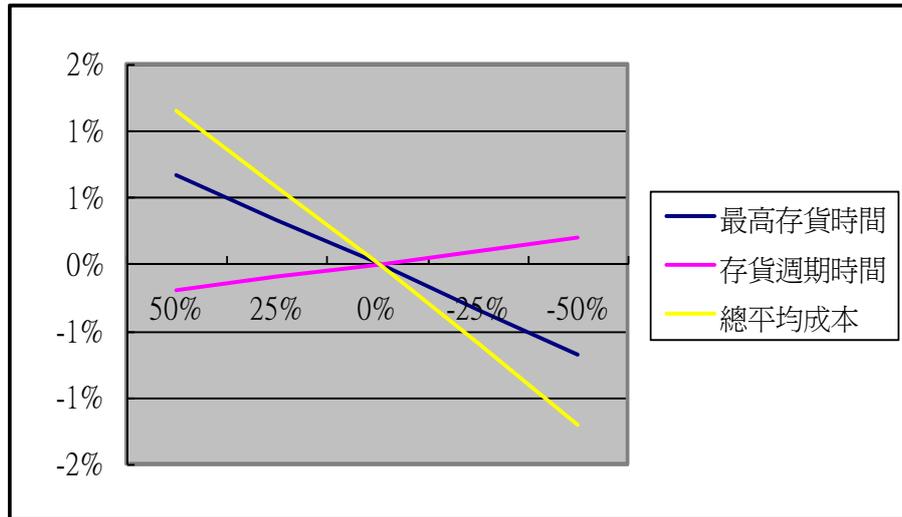


圖3.9  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

7.  $b_0$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。 $b_0$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 增加後減少和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞減，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞減。圖3.10 顯示  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析。

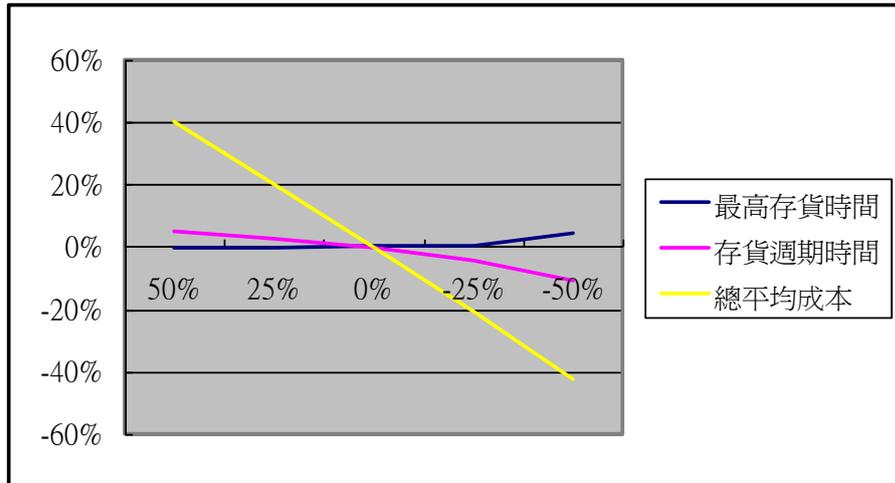


圖3.10  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

8.  $\beta$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞增。圖3.11  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析。

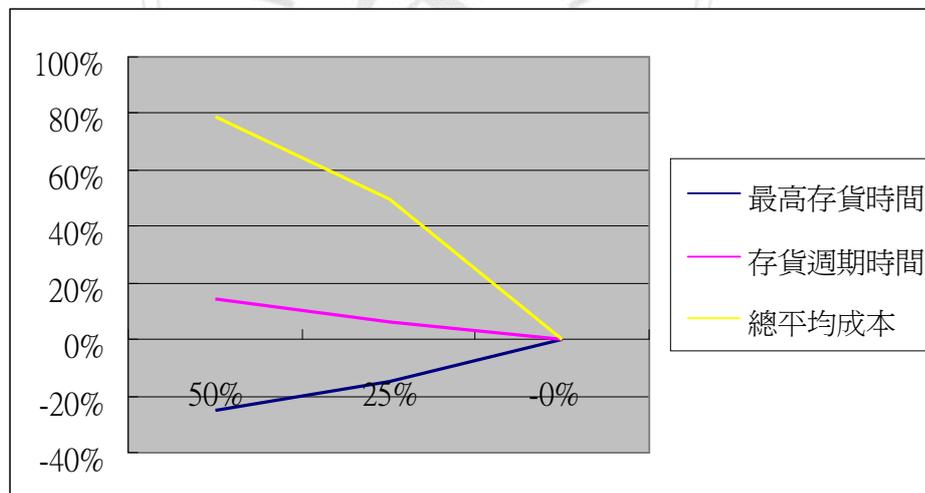


圖3.11  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

9.  $a_1$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞減後遞增。

$a_1$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增後遞減，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞減後

遞增。圖3.12  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析。

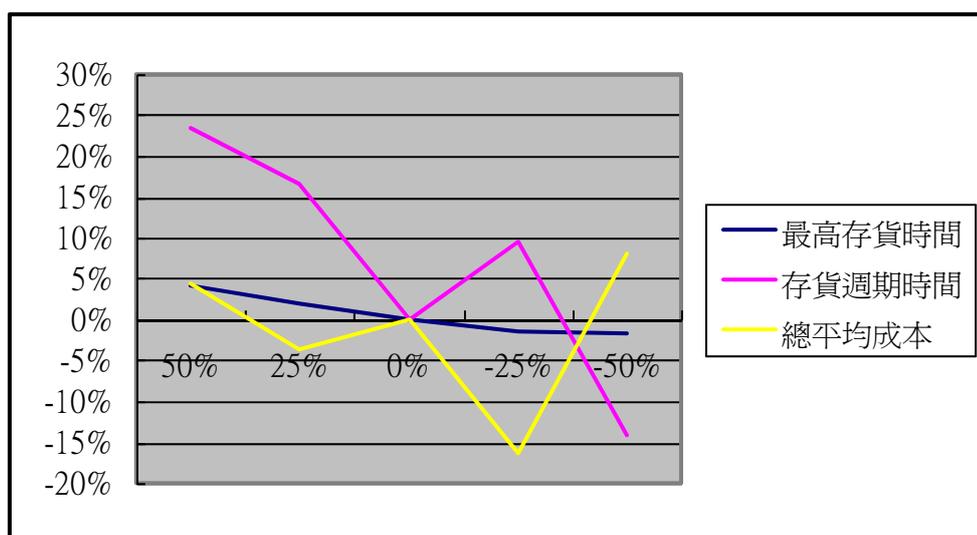


圖3.12  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

10.  $b_1$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本遞減。

$b_1$  參數值改變減少了25%和50%的  $b_1$  參數，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞增和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 遞增，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  遞減後遞增。圖

3.13 顯示  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析。

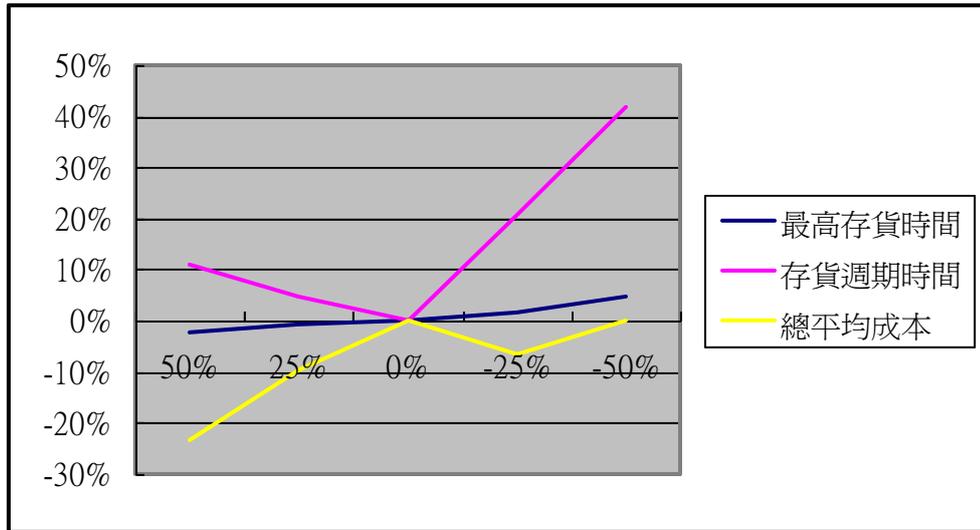


圖3.13  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

### 3.4.2 模型 2：數值範例在參數變動下之敏感度分析

表 3.2 模型 2: 數值範例在參數變動下之敏感度分析

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$	$ATC_2^*$
		(%)				
$C_1=200$ 元	50	0.0006	0.0314	0.0509	0.1241	0.3659
	25	0.0002	0.0157	0.0254	0.0620	0.1829
	-25	-0.0004	-0.0158	-0.0254	-0.0620	-0.1829
	-50	-0.0008	-0.0316	-0.0509	-0.1234	-0.3659
$C_2=3$ 元/單位	50	0.0336	1.6499	3.0969	7.0160	35.5203
	25	0.0191	0.9208	1.554	3.6464	18.2539
	-25	0.1640	22.6322	8.1722	19.0280	-45.5481
	-50	0.1846	16.4265	2.6247	9.4687	-57.1363
$C_3=5$ 元/單位	50	0.0020	0.1012	0.1542	0.3777	1.8774
	25	0.0010	0.0509	0.0771	0.1888	0.9403
	-25	-0.0012	-0.0514	-0.0771	-0.1895	-0.9434
	-50	-0.0024	-0.1033	-0.1542	-0.3797	-1.8890

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$	$ATC_2^*$
		(%)				
$C_4=6$ 元/單位	50	0.1787	20.0624	5.7907	15.0143	-24.7023
$C_4=6$ 元/單位	25	0.1568	23.5274	9.0211	20.4364	-30.1316
	-25	0.0258	1.2499	2.2106	5.1031	-5.8896
	-50	0.0533	2.7009	6.3885	13.7136	-14.2154
$\mu_1=2$	50	1.7376	1.3147	2.3298	5.3676	15.5502
	25	0.8300	0.7824	1.2996	3.0683	9.0235
	-25	-0.6885	-1.1452	-1.5317	-3.9947	-12.4271
	-50	-0.5480	16.0723	2.0357	8.4093	-46.8081
$\mu_2=6$	50	47.2551	4.10112	13.1799	26.7264	72.4893
	25	23.3535	3.1575	6.0530	13.2432	35.0877
	-25	-22.5054	13.5137	0.3537	5.2320	-45.9311
	-50	-44.6823	3.8575	-4.9815	-7.9001	-57.5747
$\theta=0.03$	50	0.6680	-0.0376	0.0580	0.0961	0.8565
	25	0.3363	-0.0181	0.0294	0.0498	0.4349
	-25	-0.3413	0.0167	-0.0302	-0.0518	-0.4473
	-50	-0.6877	0.0320	-0.0612	-0.1070	-0.9069
$b_0=1000$	50	-0.3532	2.1351	4.7725	10.4408	29.5238
	25	-0.2087	1.2381	2.3449	5.3608	15.5750
	-25	0.6144	20.9284	6.3002	15.8541	-41.6744
	-50	1.4925	13.0350	-0.4881	3.6641	-51.3783
$\beta=1.3$	50	-26.1565	-24.5404	26.4171	20.2060	78.5874
	25	-15.4954	-12.0545	17.5836	16.2958	38.5573
$a_1=200$	50	4.8926	37.5138	65.9751	75.2505	-29.6822
	25	1.8225	15.5892	30.0346	29.1846	-10.9117
	-25	-0.9644	-10.9818	-20.0485	-12.5936	4.8175
	-50	-1.1618	-28.6960	-26.1920	-6.6451	-19.0143
$b_1=10$	50	-1.3357	-5.7151	-23.2614	-15.8534	3.9889
	25	-1.0373	12.9359	-6.7048	3.4235	-20.2871

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$	$ATC_2^*$
	(%)					
	-25	1.5040	15.9129	41.7988	38.5135	-13.3124
-50	6.0488	66.1313	147.5410	176.9861	-66.2005	

資料來源：本研究整理

由表3.2 缺貨模型數值範例在參數變動下之敏感度分析得知

1.  $C_1$  值增加表示較大的籌置成本，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖3.14 顯示籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析。

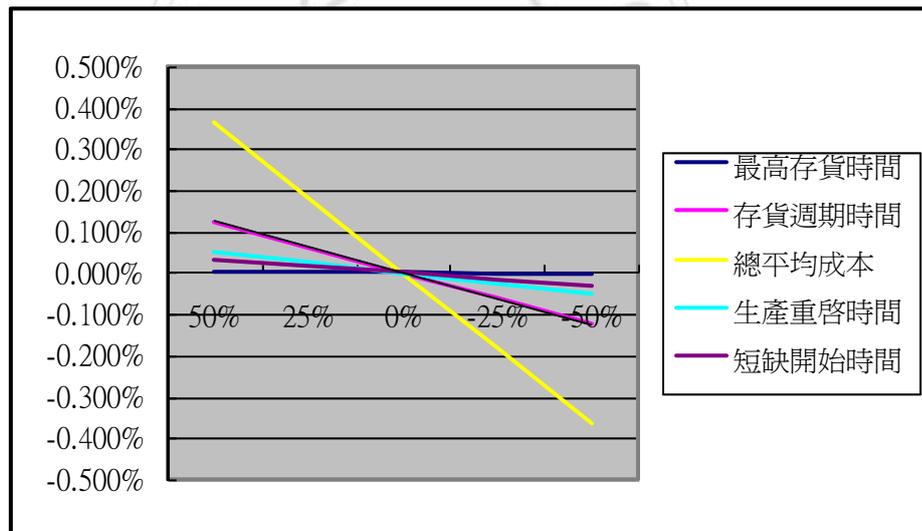


圖3.14 籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

2.  $C_2$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。 $C_2$  參數值改變減少了25%和

50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞增，短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增後遞減，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減。圖3.15 顯示儲存成本  $C_2$  值變動下的敏感度分析。

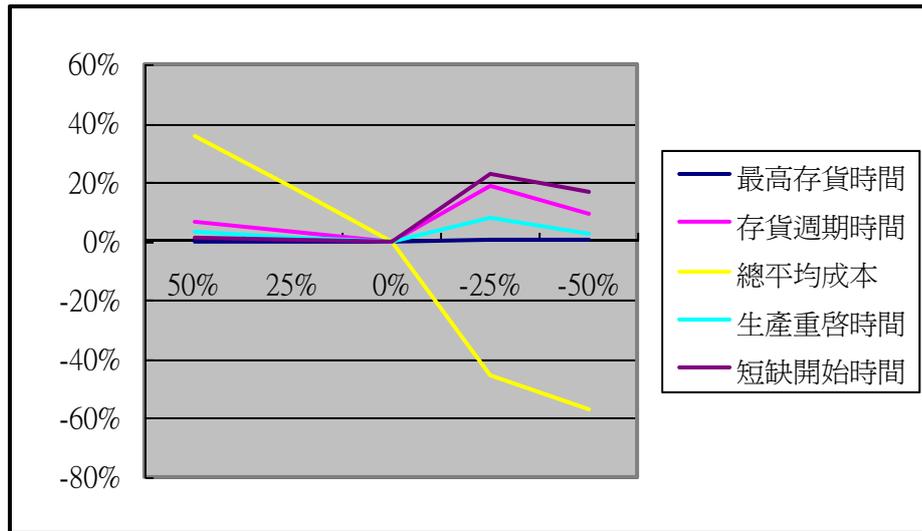


圖3.15 儲存成本  $C_2$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

3.  $C_3$  參數值增加表示較大的損耗成本，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增(圖3.16 顯示2線條重疊)，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。圖3.16 顯示損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析。

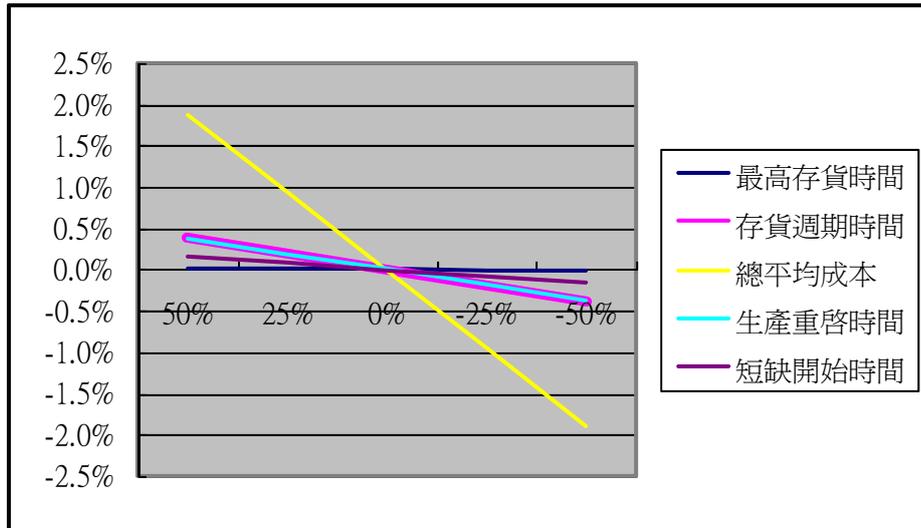


圖3.16 損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

4.  $C_4$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間( $t_1^*$ )遞增，短缺開始時間( $t_2^*$ )、生產重啟時間( $t_3^*$ )和存貨週期時間( $t_4^*$ )遞增後遞減，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減後遞增。 $C_4$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間( $t_1^*$ )、短缺開始時間( $t_2^*$ )、生產重啟時間( $t_3^*$ )和存貨週期時間( $t_4^*$ )遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減。圖3.17 顯示缺貨損失  $C_4$  值變動下的敏感度分析。

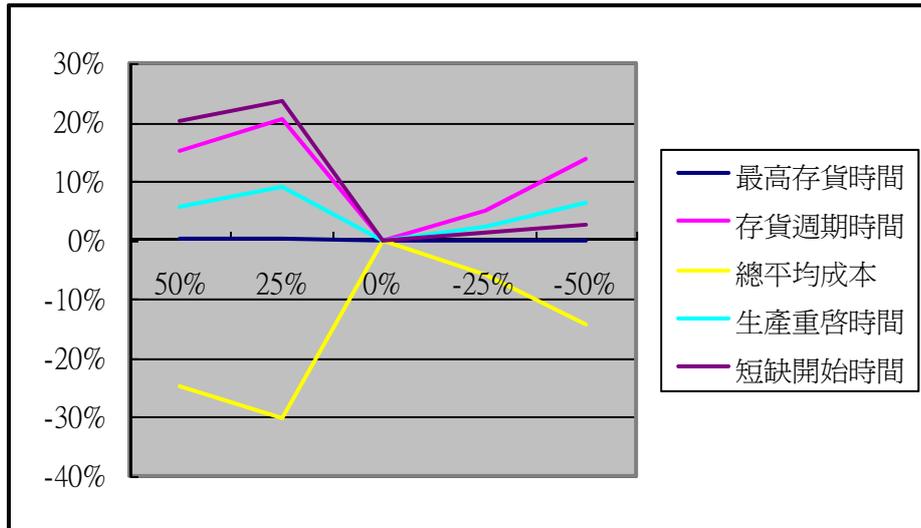


圖3.17 缺貨成本  $C_4$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

5.  $\mu_1$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。 $\mu_1$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞減後遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減。圖3.18 顯示  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析。

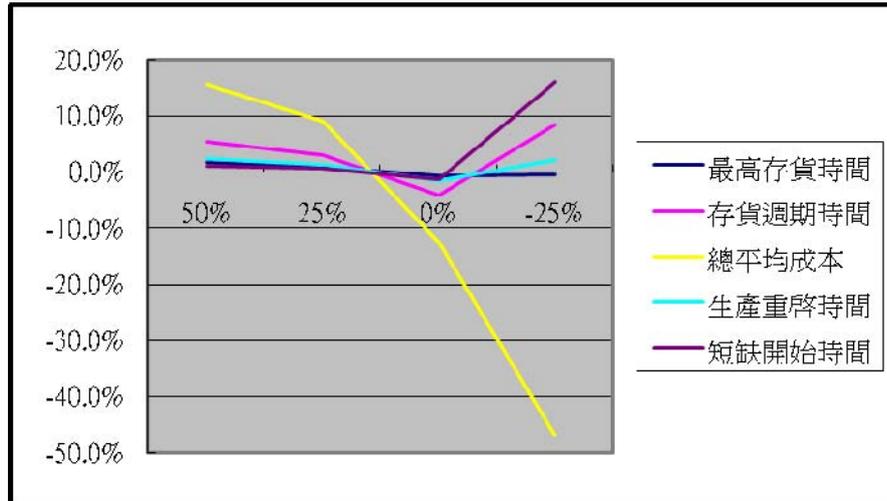


圖3.18  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析資料來源：

本研究整理

6.  $\mu_2$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。 $\mu_2$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減，短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增後遞減，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。圖3.19 顯示  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析。

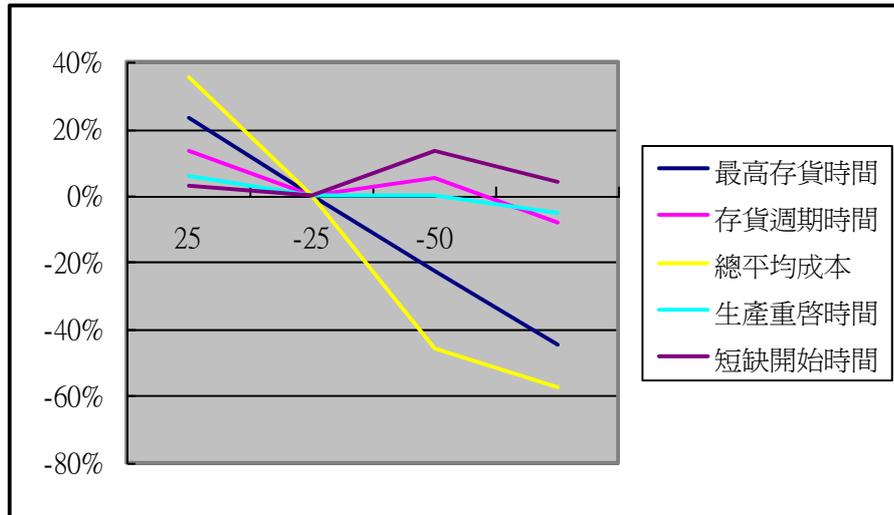


圖3.19  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

7.  $\theta$  參數值增加，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞增，短缺開始時間 ( $t_2^*$ ) 遞減、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。圖3.20 顯示  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析。

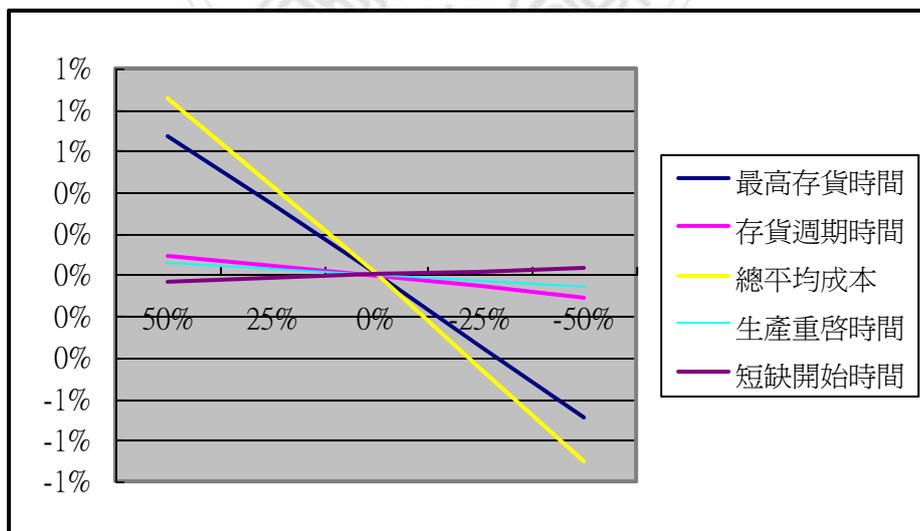


圖3.20  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

8.  $b_0$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減，短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。 $b_0$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞增，短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增後遞減，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減。圖3.21 顯示  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析。

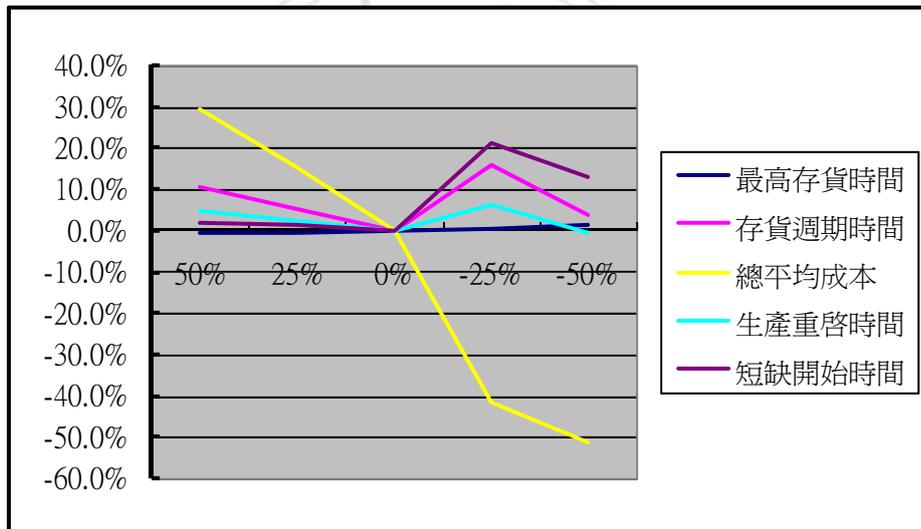


圖3.21  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

9.  $\beta$  參數值改變增加了25%和50%，最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ ) 遞減，生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增。圖3.22 顯示  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析。

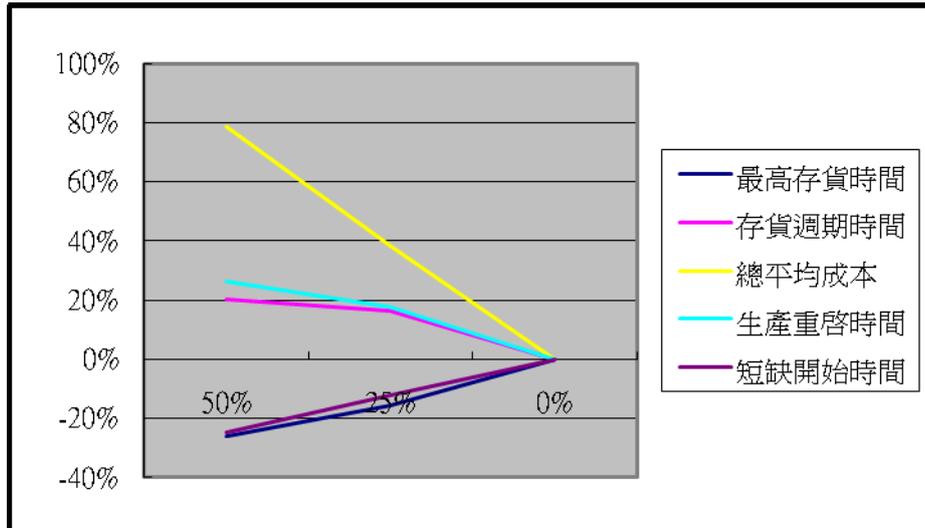


圖3.22  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

10.  $a_1$  參數值改變增加了25%和50%的，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減。 $a_1$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 遞減和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞減後遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞增後遞減。圖3.23 顯示  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析。

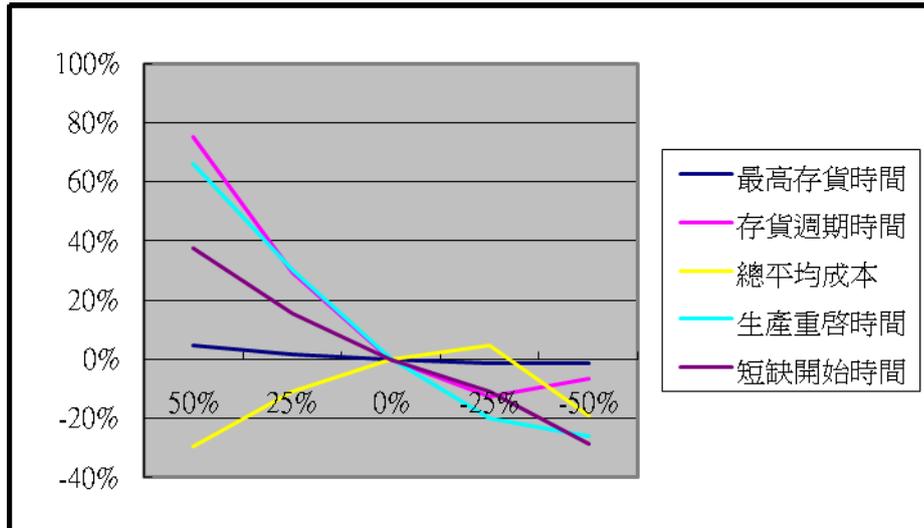


圖3.23  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

11.  $b_1$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 遞減，短缺開始時間 ( $t_2^*$ ) 遞增後遞減，生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 遞減，存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增後遞減，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減後遞增。 $b_1$  參數值改變減少了25%和50%的，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 遞增，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  遞減。圖3.24 顯示  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析。

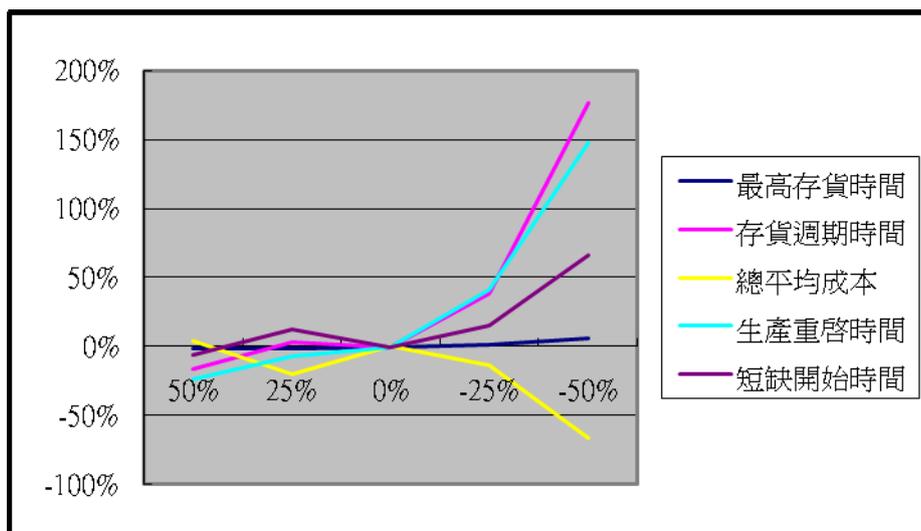


圖3.24  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

### 3.5 綜合分析

綜合結果，本研究所建立下降梯型需求的損耗性產品存貨模式，這是一消極的線性函數，提供現代企業損耗產品存貨控制，以數值範例之參數值為基準，參數值增加25%、50% 及減少25%、50%，分析模型1各參數對生產停止時點 ( $t_1^*$ )、存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 和總平均成本 ( $ATC_1^*$ ) 及分析模型2各參數對生產停止時點 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ )、存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 和總平均成本 ( $ATC_2^*$ ) 之影響，提供企業管理者進行維持最小總成本的存貨控制決策的參考依據。

#### 3.5.1 參數值改變分析模型1

##### 1. 參數值增加25%、50%分析模型1

以數值範例之參數值為基準，參數值增加25%、50%，分析模型1下降梯型需求沒有缺貨的存貨模型，求解結果如下：

- (1) 就最佳的生產停止時點 ( $t_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值的增加而遞增；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求常數 ( $b_0$ ) 值、生產率參數 ( $\beta$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞減。
- (2) 就存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、生產率參數 ( $\beta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞增；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 值的增加而遞減。
- (3) 就單位時間總平均成本 ( $ATC_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、需求生產率參數 ( $\beta$ ) 值的增加而遞增；隨著需求常數 ( $a_1$ ) 值的增加而遞減後遞增；隨著需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞減。

## 2. 參數值減少25%、50%分析模型1

以數值範例之參數值為基準，參數值減少25%、50%，分析模型1下降梯型需求沒有缺貨的存貨模型，求解結果如下：

- (1) 就最佳的生產停止時點 ( $t_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、需

- 求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值的減少而遞減；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求常數 ( $b_0$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增。
- (2) 就存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值的減少而遞減；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增；隨著需求常數 ( $a_1$ ) 值的減少而遞增後遞減。
- (3) 就單位時間總平均成本 ( $ATC_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值的減少而遞減；隨著需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞減後遞增。

### 3.5.2 參數值改變分析模型2

#### 1. 參數值增加25%、50%分析模型2

以數值範例之參數值為基準，參數值增加25%、50%，分析模型2下降梯型需求缺貨的存貨模型，求解結果如下：

- (1) 就最佳的生產停止時點 ( $t_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數

( $a_1$ ) 值的增加而遞增；隨著需求常數 ( $b_0$ ) 值、需求生產率參數 ( $\beta$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞減。

- (2) 就存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值和需求常數 ( $a_1$ ) 值的增加而遞增；隨著損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求生產率參數 ( $\beta$ ) 值的增加而遞減；隨著需求常數 ( $b_1$ ) 值增加而遞增後遞減。
- (3) 就生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、需求生產率參數 ( $\beta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值的增加而遞增；隨著需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞減；隨著缺貨成本 ( $C_4$ ) 值的增加而遞增後遞減。
- (4) 就存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、需求生產率參數 ( $\beta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值的增加而遞增；隨著需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞增後遞減。
- (5) 就單位時間總平均成本 ( $ATC_2^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需

求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、生產率參數 ( $\beta$ ) 值的增加而遞增；隨著需求常數 ( $a_1$ ) 值的增加而遞減；隨著缺貨成本 ( $C_4$ ) 的增加而遞減後遞增；隨著需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞增後遞減。

## 2. 參數值減少25%、50%分析模型2

以數值範例之參數值為基準，參數值減少25%、50%，分析模型2下降梯型需求缺貨的存貨模型，求解結果如下：

- (1) 就最佳的生產停止時點 ( $t_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值的減少而遞減；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求常數 ( $b_0$ ) 值和需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增；隨著需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值的減少而遞減後遞增。
- (2) 就存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、損耗成本 ( $C_3$ ) 和需求常數 ( $a_1$ ) 值的減少而遞減；隨著缺貨成本 ( $C_4$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 和需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增；隨著需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值的減少而遞減後遞增；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 和需求常數 ( $b_0$ ) 值的減少而遞增後遞減。
- (3) 就生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 值和需求常數 ( $a_1$ ) 值的減少而遞減；隨著缺貨成本 ( $C_4$ )、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增；隨著儲存成本

( $C_2$ )、需求函數參數( $\mu_2$ )和需求常數( $b_0$ )值的減少而遞增後遞減；隨著需求函數參數( $\mu_1$ )值的減少而遞減後遞增。

(4) 就存貨週期時間( $t_4^*$ )而言，它會隨著籌置成本( $C_1$ )、損耗成本( $C_3$ )和損耗率( $\theta$ )值的減少而遞減；隨著缺貨成本( $C_4$ )需求常數( $b_1$ )值的減少而遞增；隨著儲存成本( $C_2$ )、需求函數參數( $\mu_2$ )和需求常數( $b_0$ )值的減少而遞增後遞減；隨著需求函數參數( $\mu_1$ )值和需求常數( $a_1$ )值的減少而遞減後遞增。

(5) 就單位時間總平均成本 $ATC_2^*$ 而言，它會隨著籌置成本( $C_1$ )、儲存成本( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、缺貨成本( $C_4$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求函數參數( $\mu_2$ )值、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $b_0$ )和需求常數( $b_1$ )值的減少而遞減；隨著需求常數( $a_1$ )值的減少而遞增後遞減。

### 3.5.3 單位時間總平均成本高度敏感的參數分析

以數值範例之參數值為基準，單位時間總平均成本 $ATC_1^*$ 、 $ATC_2^*$ 百分比變化高度敏感的參數，求解結果如下：

1. 就最佳單位時間總平均成本 $ATC_1^*$ 之高度敏感參數，儲存成本( $C_2$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )、需求函數參數( $\mu_2$ )、需求常數( $b_0$ )、生產率參數( $\beta$ )、需求常數( $a_1$ )和需求常數( $b_1$ )。

2. 就最佳單位時間總平均成本  $ATC_2^*$  之高度敏感參數，儲存成本 ( $C_2$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ )、需求函數參數 ( $\mu_2$ )、需求常數 ( $b_0$ )、需求常數 ( $a_1$ ) 和需求常數 ( $b_1$ )。



## 第四章 每週期需求皆為上升斜坡型需求之存貨模式

本章節建立一具有上升斜坡型需求且考慮損耗性產品存貨模式，假設生產率與需求有關，產品損耗率為固定常數，目的在決定最佳生產時間及生產週期時間使單位時間總平均成本最小；首先，用數理方法建立以單位時間總平均成本為目標函數的數學式，因為上升型需求率與時間點於需求逐漸上升至需求呈現穩定狀態時間點產生變動及需求由穩定狀態至需求呈現上升狀態的時間點產生變動，所以本章分別討論存貨週期中沒有缺貨及缺貨的模式，所以本章分別討論一週期之沒有缺貨及缺貨的模式，並提出一演算法以求得最佳解，接著以一數值範例來說明此模式之求解過程，最後再對此模式進行敏感度分析。

### 4.1 符號與假設

#### 4.1.1 符號

為便於存貨模式的建立，本章使用下列的符號。

1.  $C_1$ ：籌置成本(Setup cost per setup)，元/次。
2.  $C_2$ ：儲存成本(Inventory Carrying Cost)，元/單位。
3.  $C_3$ ：損耗成本(Deterioration Cost)，元/單位。
4.  $C_4$ ：缺貨成本(Unit shortage cost)，元/單位。
5.  $t_1$ ：一存貨週期內最高存貨水準的時間點。
6.  $t_2$ ：沒有缺貨時存貨週期的時間點。
7.  $t_3$ ：存貨週期產品開始短缺的時間點。

8.  $t_4$  : 缺貨時存貨週期的時間點。
9.  $I(t)$  : 在時點  $t$  時的存貨水準於時間週期  $[0, t_2]$  及時間週期  $[0, t_4]$  。
10.  $I_{max}$  : 最大存貨水準 (The maximum inventory level) 。
11.  $OC$  : 一週期內的籌置成本 (Ordering cost) 。
12.  $HC$  : 一週期內的儲存成本 (Unit total holding cost) 。
13.  $DC$  : 一週期內的損耗成本 (Unit deteriorating cost) 。
14.  $SC$  : 一週期內的產品缺貨損失成本 (Unit shortage cost) 。
15.  $TC$  : 一週期內的總成本 (Total cost) 。
16.  $ATC$  : 一週期內每單位時間的總平均成本 (Average total cost) 。

#### 4.1.2 假設

為便於存貨模式的建立，本章使用下列的假設。

1. 考慮單一產品，無限計畫期間。
2. 前置期從零開始。
3. 時間週期  $[0, t_2]$  及時間週期  $[0, t_4]$  之最初和最後的存貨水準均為0。
4. 在時間  $t$  的需求率  $D(t)$  單位時間需求量如圖4.1之上升斜坡型需求函數，即  $D(t)$  為

$$D(t) = \begin{cases} b_0 t & 0 \leq t \leq \mu_1, \\ b_0 \mu_1 & \mu_1 \leq t \leq \mu_2, \\ a_1 + b_1 t & \mu_2 \leq t \leq \frac{a_1}{b_1}. \end{cases}$$

其中  $\mu_1$  為需求函數  $D(t)$  的遞增終點。

$\mu_2$  為需求函數  $D(t)$  的上升遞增起點。

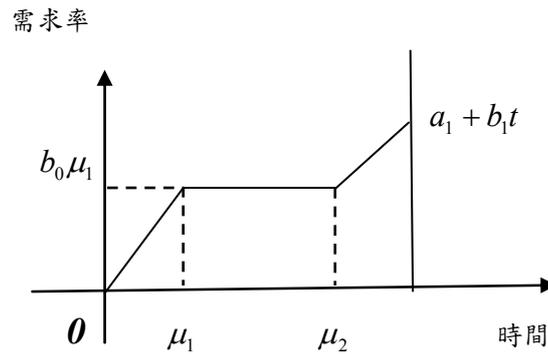


圖 4.1 上升斜坡型需求率與時間關係

資料來源：本研究整理

5.  $\beta$  為生產率與需求有關，生產函數定義為： $P(t) = \beta D(t)$  ( $1 < \beta$ )。
6.  $\theta$  為存貨之損耗率，損耗率為常數。
7. 產品於入庫之後才開始有損耗的發生。

## 4.2 模式建立

本節中，將討論損耗性產品在上升斜坡型需求之兩個存貨模型：模型3上升斜坡型需求沒有缺貨存貨模型；模型4上升斜坡型需求缺貨存貨模型。這產品的上升斜坡型需求是依賴於 $\mu_1$ 及 $\mu_2$ 的相對數據。

### 4.2.1 模型3：上升斜坡型需求沒有缺貨存貨模型

$t = 0$  為一週期時 $[0, t_2]$ 的開始點， $t_1$  為生產停止點，即 $[0, t_1]$  為產品生產區間； $[t_1, t_2]$  為產品停止生產區間，其中 $t_1$  與 $t_2$  皆為模型的決策變數，在時間區間 $[t_1, t_2]$  內，產品的需求和損耗的同時影響存貨水準，隨時間而逐漸在 $t = t_2$  時，存貨水準下降至零。(如圖4.2)

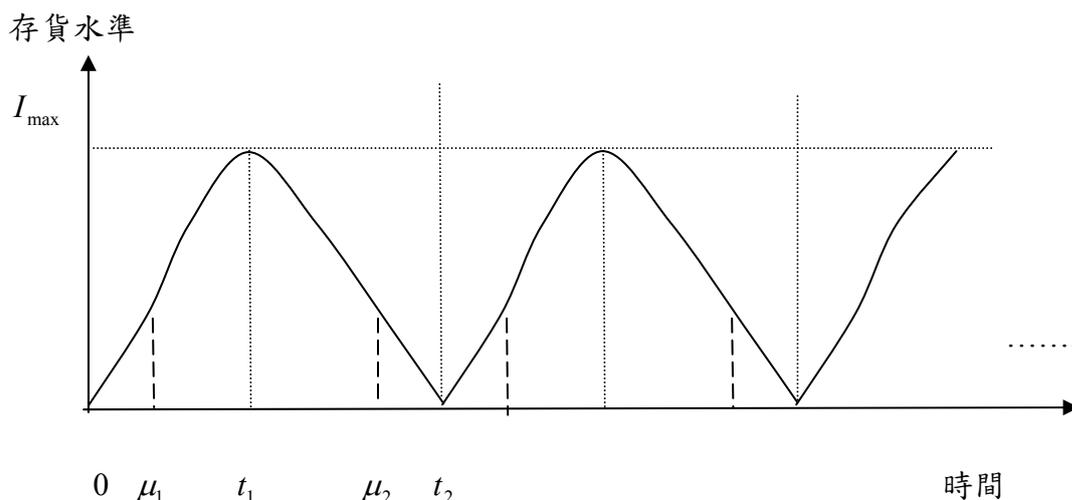


圖4.2 上升斜坡型需求沒有缺貨存貨水準與時間關係

資料來源：本研究整理

從圖4.2 中可以發現；存貨水準與時間的關係，可以將一存貨週期依時間先後順序  $[0, \mu_1]$ ， $[\mu_1, t_1]$ ， $[t_1, \mu_2]$  與  $[\mu_2, t_2]$  等4個階段，如果用  $I_1(t)$ ， $I_2(t)$ ， $I_3(t)$  與  $I_4(t)$  分別代表此4階段的存貨水準，即

$$I(t) = \begin{cases} I_1(t), & 0 \leq t \leq \mu_1 \\ I_2(t), & \mu_1 \leq t \leq t_1 \\ I_3(t), & t_1 \leq t \leq \mu_2 \\ I_4(t), & \mu_2 \leq t \leq t_2 \end{cases}$$

階段1：時間間隔  $[0, \mu_1]$  期間中，於4.12假設中之4、5、6項次及圖4.1、圖4.2 知道由需求率是  $b_0 t$ ，生產率是  $\beta b_0 t$  和在時間  $t$  的損耗率  $\theta_1(t)$  的組合。因此，在時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_1(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_1(t)}{dt} + \theta_1(t) = (\beta - 1)b_0 t \quad 0 \leq t \leq \mu_1 \quad (4.1)$$

邊界條件  $I_1(0) = 0$

階段2：時間間隔  $[\mu_1, t_1]$  期間中，於4.12假設中之4、5、6項次及圖4.1、圖4.2 知道由需求率是  $b_0 t$ ，生產率是  $\beta b_0 t$  和在時間  $t$  的損耗率  $\theta_2(t)$  的組

合。因此，時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_2(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + \theta I_2(t) = (\beta - 1)b_0\mu_1, \quad \mu_1 \leq t \leq t_1 \quad (4.2)$$

邊界條件  $I_2(\mu_1) = I_1(\mu_1)$

階段3：在該時間  $[t_1, \mu_2]$  間隔中，於4.12假設中之4、6項次及圖4.1、圖4.2

知道由需求率是  $b_0t$ ，生產率是  $\beta b_0t$  和在時間  $t$  的損耗率  $\theta I_3(t)$  的組合。

因此，時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_3(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_3(t)}{dt} + \theta I_3(t) = -b_0\mu_1, \quad t_1 \leq t \leq \mu_2 \quad (4.3)$$

邊界條件  $I_3(t_1) = I_2(t_1), I_3(\mu_2) = I_4(\mu_2)$

階段4：在時間  $[\mu_2, t_2]$  間隔中，於4.12假設中之4、6項次及圖4.1、圖4.2知

道由需求率是  $b_0t$ ，生產率是  $\beta b_0t$  和在時間  $t$  的損耗率  $\theta I_4(t)$  的組合。因

此，時間  $t$  的存貨水準，可得  $I_4(t)$  微分方程式為

$$\frac{dI_4(t)}{dt} + \theta I_4(t) = -(a_1 + b_1t), \quad \mu_2 \leq t \leq t_2 \quad (4.4)$$

邊界條件  $I_4(t_2) = 0$

解方程式(4.1)可求得  $I_1(t)$

$$I_1(t) = \frac{e^{-t\theta}(\beta - 1)(1 - e^{t\theta} + e^{t\theta}t\theta)b_0}{\theta^2}, \quad 0 \leq t \leq \mu_1 \quad (4.5)$$

$$\text{解方程式(4.2)} \quad I_1(\mu_1) = \frac{e^{-\mu_1\theta}(\beta - 1)(1 - e^{\mu_1\theta} + e^{\mu_1\theta}\mu_1\theta)b_0}{\theta^2}$$

可求得  $I_2(t)$

$$I_2(t) = \frac{e^{-t\theta}(\beta - 1)(1 + e^{t\theta}\theta\mu_1 - e^{\mu_1\theta})b_0}{\theta^2}, \quad \mu_1 \leq t \leq t_1 \quad (4.6)$$

解方程式(4.4) 可求得  $I_4(t)$

$$I_4(t) = \frac{e^{-t\theta}(e^{t\theta}(a_1\theta + (-1+t\theta)b_1) + e^{t_2\theta}(a_1\theta + b_1(-1+t_2\theta)))}{\theta^2}, \quad \mu_2 \leq t \leq t_2 \quad (4.7)$$

$$I_4(\mu_2) = \frac{e^{-\mu_2\theta}(e^{\mu_2\theta}(a_1\theta + (-1+\mu_2\theta)b_1) + e^{t_2\theta}(a_1\theta + b_1(-1+t_2\theta)))}{\theta^2}$$

求得  $I_4(t)$  後，由邊界條件  $I_3(\mu_2) = I_4(\mu_2)$ ，解方程式(4.3) 可求得  $I_3(t)$

$$I_3(t) = \frac{e^{-t\theta}((e^{t_2\theta} - e^{\mu_2\theta})\theta a_1 - (e^{t\theta} - e^{\mu_2\theta})\mu_1 b_0 \theta + b_1(e^{t_2\theta}(-1+t_2\theta) + e^{\mu_2\theta}(1-\mu_2\theta)))}{\theta^2},$$

$$t_1 \leq t \leq \mu_2 \quad (4.8)$$

由圖 4.2 可知，最大存貨水準發生在  $t_1$ ，最大存貨值為

$$I_{\max} = I_3(t_1) = I_2(t_1)$$

$$\frac{e^{-t_1\theta}(\beta - 1)(1 + e^{t_1\theta}\theta\mu_1 - e^{\mu_1\theta})b_0}{\theta^2}$$

$$= \frac{e^{-t_1\theta}((e^{t_2\theta} - e^{\mu_2\theta})\theta a_1 - (e^{t_1\theta} - e^{\mu_2\theta})\mu_1 b_0 \theta + b_1(e^{t_2\theta}(-1+t_2\theta) + e^{\mu_2\theta}(1-\mu_2\theta)))}{\theta^2} \quad (4.9)$$

解方程式 (4.9)，可求得  $t_1$

$$t_1 = \frac{1}{\theta} \left[ \text{Log} \left[ \frac{(e^{t_2\theta} - e^{\mu_2\theta})a_1\theta + b_0(-1 + e^{\theta\mu_1})(-1 + \beta)e^{\mu_1\theta}\theta\mu_1 + b_1(e^{t_2\theta}(-1+t_2\theta) + e^{\mu_2\theta}(1-\mu_2\theta))}{\beta\theta\mu_1 b_0} \right] \right] \quad (4.10)$$

由(4.10)式得知， $t_2$  可以用  $t_1$  表示

計算一週期內的存貨相關總成本是由下列三種成本所組成：籌置成本( $OC_1$ )、儲存成本( $HC_1$ )及損耗成本( $DC_1$ )，分別求算這三項成本。

$$1. \text{ 一週期的產品籌置成本 } OC_1 = C_1. \quad (4.11)$$

2. 一週期的產品儲存成本  $HC_1$

$$HC_1 = C_2 \left[ \int_0^{\mu_1} I_1(t) dt + \int_{\mu_1}^{t_1} I_2(t) dt + \int_{t_1}^{\mu_2} I_3(t) dt + \int_{\mu_2}^{t_2} I_4(t) dt \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\theta^3} (e^{-t_1\theta} C_2 (2a_1\theta(e^{t_2\theta} - e^{\theta\mu_2} - e^{t_1\theta}\theta(t_2 - \mu_2))) + 2(b_0((-1 + e^{\mu_1\theta})(-1 + \beta) + e^{\mu_2\theta}\theta\mu_1) \\
&\quad + b_1(2e^{t_2\theta}(-1 + t_2\theta) + e^{\mu_2\theta}(1 - \theta\mu_2))) - e^{t_1\theta}\theta(b_1\theta(t_2^2 - \mu_2^2) \\
&\quad + b_0\mu_1((-1 + \beta)\theta\mu_1 + 2(\beta - t_1\beta\theta + \theta\mu_2))))). \tag{4.12}
\end{aligned}$$

3. 一週期的產品損耗成本  $DC_1$

$$\begin{aligned}
DC_1 &= C_3 [\beta \int_0^{\mu_1} b_0 t dt + \beta \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 dt - \int_0^{\mu_1} b_0 t dt - \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 dt - \int_{t_1}^{\mu_2} b_0 dt - \int_{\mu_2}^{t_2} (a_1 + b_1 t) dt] \\
&= -\frac{1}{2} C_3 (2a_1(t_2 - \mu_2) + b_0\mu_1(-2t_1\beta + (-1 + \beta)\mu_1 + 2\mu_2) + b_1(t_2^2 - \mu_2^2)) \tag{4.13}
\end{aligned}$$

由方程式(4.11)、(4.12)及(4.13)式，三項相加可得一週期的總成本  $TC_1$

$$TC_1(t_1, t_2) = OC_1 + HC_1 + DC_1 \tag{4.14}$$

因此，在時間  $[0, t_2]$  範圍中的每單位時間的總平均成本  $ATC_1(t_1, t_2)$

$$ATC_1(t_1, t_2) = \frac{TC_1(t_1, t_2)}{t_2} \tag{4.15}$$

由(4.10)式可知， $t_1$  是  $t_2$  函數，因此  $ATC_1(t_1, t_2)$  在(4.15)式，可以減少  $t_1$  函數， $ATC_1(t_2)$  表示即  $ATC_1(t_2) = ATC_1(t_1, t_2)$ 。因此可以得到的  $t_2^*$  值從方程式(4.15) 式，一旦獲得  $t_2^*$  最佳解，相應的最佳  $t_1^*$  值，可以從方程式(4.10)式確定。

因為(4.14)式  $TC_1(t_1, t_2)$  是  $t_2^*$  變量函數， $ATC_1$  值的最小值滿足下列必要條件

$$\text{一階條件 } \left. \frac{dATC_1}{dt_2} \right|_{(t_2^*)} = 0 \tag{4.16}$$

解(4.16)式可求得  $t_2$ ，接著檢驗  $t_2$  是否滿足(4.17)式，以確定所得的解為相對最佳解。

$$\text{二階條件 } \frac{d^2 ATC_1}{dt_2^2} \Big|_{(t_2^*)} > 0 \quad (4.17)$$

演算法：

步驟1. 將所設定參數值代入(4.15)式，求得  $t_2$ ，檢查  $t_2$  是否滿足條件：

$$\mu_2 < t_2, \text{ 如果無法滿足條件 } \mu_2 < t_2, \text{ 則無可行解。}$$

步驟2. 接著檢驗  $t_2$  是否滿足(4.17)式，以確定所得的解為相對最佳解。

$$\frac{d^2 ATC_1}{dt_2^2} \Big|_{(t_2^*)} > 0。$$

步驟3. 將參數值及  $t_2$  值代入(4.10)式，求得  $t_1$ ，檢查  $t_1$  是否滿足條件

$$\mu_1 < t_1 < \mu_2, \text{ 如果無法滿足條件 } \mu_1 < t_1 < \mu_2, \text{ 則無可行解。}$$

步驟4. 將取得滿足條件之參數值及  $t_1$ 、 $t_2$  值代入(4.15)式求出  $ATC_1$ ，

取最佳總平均成本  $ATC_1^*$ ，決定最佳的  $t_1^*$ 、 $t_2^*$  值。

#### 4.2.2 模型4：上升斜坡型需求缺貨存貨模型

$t = 0$  為一週期時  $[0, t_2]$  的開始點， $t_1$  為生產停止點，即  $[0, t_1]$  為產品生產區間； $[t_1, t_2]$  為產品停止生產區間，其中  $t_1$  與  $t_2$  皆為模型的決策變數，在時間區間  $[t_1, t_2]$  內，產品的需求和損耗的同時影響存貨水準，隨時間而逐漸在  $t = t_2$  時，存貨水準下降至零； $[t_2, t_3]$  為產品缺貨區間，開始缺貨並擴大缺貨水準，在時間區間  $[t_2, t_3]$  內，產品的需求影響存貨水準； $[t_3, t_4]$  為產品缺貨開始生產區間，開始生產並逐漸減少缺貨水準， $t = t_4$  最終存貨水準會上升至零缺貨，在時間區間  $[t_3, t_4]$  內，產品的生產及需求同時影響存貨水準，其中  $t_3$  與  $t_4$  皆為模型的決策變數。(如圖 4.3)

存貨水準

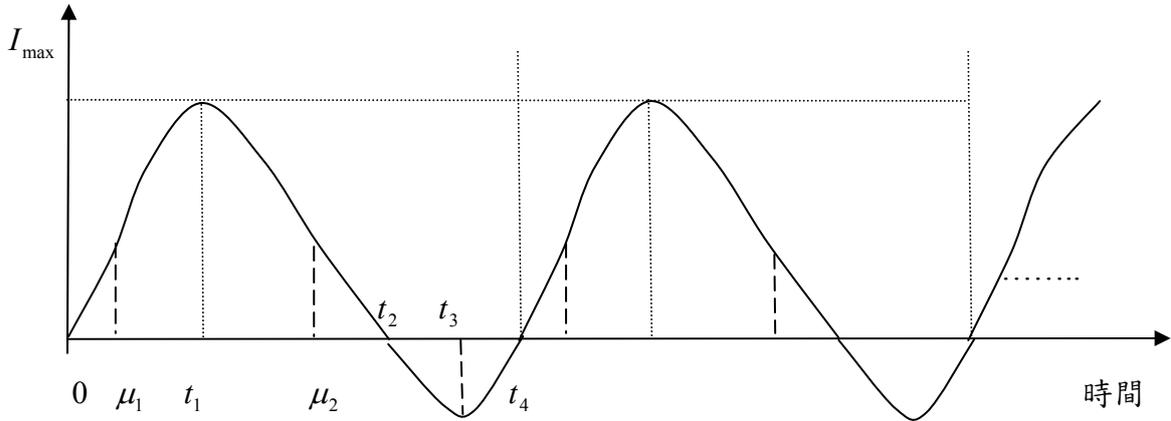


圖4.3 上升斜坡型需求缺貨存貨水準與時間關係

資料來源：本研究整理

從圖4.3中可以發現；存貨水準與時間的關係，可以將一存貨週期依時間先後順序 $[0, \mu_1]$ 、 $[\mu_1, t_1]$ 、 $[t_1, \mu_2]$ 、 $[\mu_2, t_2]$ 、 $[t_2, t_3]$ 與 $[t_3, t_4]$ 等6個階段，如果用， $I_1(t)$ 、 $I_2(t)$ 、 $I_3(t)$ 、 $I_4(t)$ 、 $I_5(t)$ 與 $I_6(t)$ 分別代表此6階段的存貨水準，其中 $I_1(t)$ 、 $I_2(t)$ 、 $I_3(t)$ 、 $I_4(t)$ 與模型3中的4個階段相同， $I_5(t)$ 與 $I_6(t)$ ，即

$$I(t) = \begin{cases} I_5(t), & t_2 \leq t \leq t_3 \\ I_6(t), & t_3 \leq t \leq t_4 \end{cases}$$

階段5: 缺貨的間隔 $[t_2, t_3]$ 期間中，於圖4.1和圖4.2知道由需求率是

$(a_1 + b_1 t)$ ，需求時間 $t$ 是缺貨的。因此在時間 $t$ 的存貨水準，可得 $I_5(t)$

微分方程式為

$$\frac{dI_5(t)}{dt} = -(a_1 + b_1 t), \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (4.18)$$

邊界條件 $I_5(t_2) = 0$

解方程式(3.18)可求得 $I_5(t)$

$$I_5(t) = -\frac{1}{2}(t - t_2)(-2a_1 + (t + t_2)b_1), \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (4.19)$$

階段6：缺貨間隔 $[t_3, t_4]$ 期間中，於4.12假設中之4、5項次及圖4.1、圖4.3知道由需求率 $(a_1 + b_1t)$ ，生產率 $\beta(a_1 + b_1t)$ 的缺貨訂單水準於 $t$ 時，可得 $I_6(t)$ 微分方程式為

$$\frac{dI_6(t)}{dt} = (\beta - 1)(a_1 + b_1t), \quad t_3 \leq t \leq t_4 \quad (4.20)$$

解方程式(4.19) 可求得 $I_6(t)$

$$I_6(t) = \frac{1}{2}(t - t_4)(\beta - 1)(2a_1 + (t + t_4)b_1) \quad (4.21)$$

由圖4.3可知，最大缺貨水準發生在 $t_3$ ，最大缺貨值為

$I_5(t_3) = I_6(t_3)$  得到

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2}(t_3 - t_2)(-2a_1 + (t_3 + t_2)b_1) \\ & = \frac{1}{2}(t_3 - t_4)(\beta - 1)(2a_1 + (t_3 + t_4)b_1) \end{aligned} \quad (4.22)$$

解方程式 (4.22)，可求得 $t_3$

$$t_3 = \frac{-2\beta a_1 + \sqrt{4\beta^2 a_1^2 + 4\beta b_1(2t_2 a_1 - 2t_4 a_1 + 2t_4 \beta a_1 + t_2^2 b_1 - t_4^2 b_1 + t_4^2 \beta b_1)}}{2\beta b_1} \quad (4.23)$$

計算一週期內的存貨相關總成本是由下列四種成本所組成：籌置成本( $OC_2$ )、儲存成本( $HC_2$ )、損耗成本( $DC_2$ )，缺貨損失成本( $SC_2$ )，分別求算這四項成本

$$1. \text{ 一週期的產品籌置成本 } OC_2 = C_1. \quad (4.24)$$

$$2. \text{ 一週期的產品儲存成本 } HC_2 = HC_1.$$

$$HC_2 = C_2 \left[ \int_0^{\mu_1} I(t) dt + \int_{\mu_1}^{t_1} I(t) dt + \int_{t_1}^{\mu_2} I(t) dt + \int_{\mu_2}^{t_2} I(t) dt \right] \quad (4.25)$$

3. 一週期的產品損耗成本  $DC_2$

$$DC_2 = C_3[\beta \int_0^{\mu_1} b_0 t dt + \beta \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 \mu_1 dt + \beta \int_{t_3}^{t_4} (a_1 + b_1 t) - \int_0^{\mu_1} b_0 t dt - \int_{\mu_1}^{t_1} b_0 \mu_1 dt - \int_{t_1}^{\mu_2} b_0 \mu_1 dt - \int_{\mu_2}^{t_2} (a_1 + b_1 t) dt - \int_{t_2}^{t_3} (a_1 + b_1 t) dt - \int_{t_3}^{t_4} (a_1 + b_1 t) dt] \quad (4.26)$$

4. 一週期的產品缺貨成本  $SC_2$

$$SC_2 = C_4[\int_{t_2}^{t_3} -I_5(t) dt + \int_{t_3}^{t_4} -I_6(t) dt] \\ = \frac{(3((t_2 - t_4)(t_2 - 2t_3 + t_4) + (t_3 - t_4)^2 \beta)a_1 + (2t_2^3 - 3t_2^2 t_3 - 3t_3 t_4^2(-1 + \beta) + 2t_4^3(-1 + \beta) + t_3^3 \beta)b_1)C_4)}{6} \quad (4.27)$$

一週期的總成本

$$TC_2(t_1, t_2, t_3, t_4) = OC_2 + HC_2 + DC_2 + SC_2 \quad (4.28)$$

因此在時間  $[0, t_4]$  範圍中，每單位時間的總平均成本

$$ATC_2(t_1, t_2, t_3, t_4) = \frac{TC_2(t_1, t_2, t_3, t_4)}{t_4} \quad (4.29)$$

從方程式(4.10)和(4.23)式中知道  $t_1$  是  $t_2$  的函數， $t_3$  是  $(t_2, t_4)$  函數，所以在模型2中的決策變數可減少，從四個維度  $(t_1, t_2, t_3, t_4)$  成為兩個維度  $(t_2, t_4)$ ，在這模型中最小值  $ATC_2(t_2, t_4)$ ，本文的目標是找到的最佳  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，使得  $ATC_2(t_2, t_4)$  是最小的，即在找到最佳  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，將  $ATC_2$  對  $t_2$  和  $t_4$  一階微分，即

$$\frac{\partial ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2} = 0, \quad \frac{\partial ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4} = 0 \quad (4.30)$$

一旦取得  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，必須驗證  $t_2^*$  及  $t_4^*$  值為最佳解，因此需進一步對  $ATC_2(t_2)$ ， $ATC_2(t_4)$  進行二次微分，可確定為最小化平均總成本，方能證明所得解為最佳解。

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0 \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0 \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \times \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} - \left[ \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2 \partial t_4} \right]^2 \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0 \quad (4.33)$$

演算法：

步驟1. 將所設定參數值代入(4.29)式，求得  $t_2^*$  和  $t_4^*$ ，檢查  $t_2^*$  是否滿足的條件： $\mu_2 < t_2 < t_3$ ，檢查  $t_4^*$  是否滿足的條件： $t_3 < t_4$ ，如果無法滿足條件，則無可行解。

步驟2. 一旦取得  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，必須驗證  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值為最佳解，因此需進一步確定所得解是否滿足

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \times \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} - \left[ \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2 \partial t_4} \right]^2 \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} > 0$$

步驟3. 將參數值及  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值代入(4.10)及(4.23)式求出  $t_1^*$  和  $t_3^*$ ，檢查  $t_1^*$  是否滿足的條件： $\mu_1 < t_1 < \mu_2$ ，檢查  $t_3^*$  是否滿足的條件： $t_2 < t_3 < t_4$ ，如果無法滿足條件，則無可行解。

步驟4. 將取得滿足條件之參數值及  $t_1^*$ 、 $t_2^*$ 、 $t_3^*$  及  $t_4^*$  值代入(4.29)式求出  $ATC_2$ ，取最佳總平均成本  $ATC_2^*$ 。

### 4.3 數值範例

為了說明上述解決方案的過程中，本文以範例數據作為模式求解的說明。

1. 籌置成本  $C_1=200$ 元
2. 儲存成本  $C_2=3$ 元/單位
3. 損耗成本  $C_3=5$ 元/單位
4. 缺貨成本  $C_4=6$ 元/單位
5. 損耗率  $\theta=0.03$
6. 需求函數參數  $\mu_1=2$
7. 需求函數參數  $\mu_2=8$
8. 需求常數  $b_0=1,000$
9. 需求常數  $a_1=200$
10. 需求常數  $b_1=10$
11. 生產率參數  $\beta=1.3$

#### 4.3.1 模型 3：上升斜坡型需求沒有缺貨的存貨模型範例

將範例數據的參數值代入(4.15)式，求得  $t_2^*$ ，檢驗  $t_2^*$  是否滿足(4.17)式，以確定所得的解為相對最佳解。 $\frac{d^2 ATC_1}{dt_2^2}|(t_2^*)=100.164 > 0$ ，接著將  $t_2^*$  值，代入(4.10)式中，求出  $t_1^*$  進一步算出對應最小總平均成本  $ATC_1^*$ 。因此本問題的最佳解，最高存貨時間即最佳的生產停止時點  $t_1^*=6.83518$ ，

存貨週期時間即最佳的生產重啟週期  $t_2^* = 10.651$ ，檢查  $t_2^*$  滿足條件：

$\mu_2 < t_2$ ；檢查  $t_1^*$  滿足條件  $\mu_1 < t_1 < \mu_2$ ；並求得最佳總平均成本  $ATC_1^* = 3,903.39$  元。

#### 4.3.2 模型 4：上升斜坡型需求缺貨的存貨模型範例

將範例數據的參數值代入 (4.29) 式，求得  $t_2^*$  和  $t_4^*$ ，取得  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值，必須驗證  $t_2^*$  和  $t_4^*$  值為最佳解，因此需進一步確定所得解是否滿足

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} = 87.0294 > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} = 35.4756 > 0$$

$$\frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2^2} \times \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_4^2} - \left[ \frac{\partial^2 ATC_2(t_2, t_4)}{\partial t_2 \partial t_4} \right]^2 \Big|_{(t_2^*, t_4^*)} = 2187.09 > 0$$

接著將  $t_2^*$  值，代入 (4.10) 式中，求出  $t_1^*$ ，接著將  $t_4^*$  值，代入 (4.23) 式中，求出  $t_3^*$ ，進一步算出對應最小總平均成本  $ATC_2^*$ 。因此本問題的最佳解，最高存貨時間即最佳的生產停止時點  $t_1^* = 6.6853$ 、短缺開始時間  $t_2^* = 9.4772$ 、生產重啟時間  $t_3^* = 11.0061$ 、存貨週期時間  $t_4^* = 15.6317$ ，檢查  $t_1^*$  滿足的條件： $\mu_1 < t_1 < \mu_2$ ；檢查  $t_2^*$  滿足的條件： $t_1 < t_2 < t_3$ ；檢查  $t_3^*$  滿足的條件： $t_2 < t_3 < t_4$ ；檢查  $t_4^*$  滿足的條件： $t_3 < t_4$ 。並求得最佳總平均成本  $ATC_2^* = 2,966.71$  元。

#### 4.4 敏感度分析

以4.2數值範例中所提出範例數據作為基準，本研究提出的模型參數敏感性分析，在一時間和一參數中，改變（增加或減少）參數值25%和50%，其餘參數保持其原始基準值。

各參數值變動的敏感度分析結果如表4.1及表4.2所示。

##### 4.4.1 模型 3：數值範例在參數變動下之敏感度分析

表 4.1 模型 3: 數值範例在參數變動下之敏感度分析

參數值	變動量	$t_1^*$	$t_2^*$	$ATC_1^*$
		(% )		
$C_1=200$ 元	50	0.0164	0.0826	0.2403
	25	0.0091	0.0413	0.1202
	-25	-0.0085	-0.0413	-0.1204
	-50	-0.0170	-0.0826	-0.2408
$C_2=3$ 元/單位	50	-0.0110	-0.0535	47.3898
	25	-0.0064	-0.0319	23.6948
	-25	0.0107	0.0516	-23.6950
	-50	0.0310	0.1502	-47.3901
$C_3=5$ 元/單位	50	-0.0007	-0.0038	2.3695
	25	-0.0003	-0.0019	1.1846
	-25	0.0003	0.0019	-1.1849
	-50	0.0009	0.0047	-2.3697
$\mu_1=2$	50	0.9732	7.8124	24.7764
	25	0.5064	4.3714	13.7324
	-25	-0.6702	-5.6783	-17.0454
	-50	-2.0141	-13.4850	-38.3561
$\mu_2=8$	50	50.3121	45.5169	62.0473
	25	25.0412	23.1790	31.0051

參數值	變動量	$t_1^*$	$t_2^*$	$ATC_1^*$
	(%)			
$\mu_2=8$	-25	-24.7912	-24.2342	-30.6459
	-50	-49.2918	-49.7239	-60.2348
$\theta=0.03$	50	0.8617	-0.8713	0.5741
	25	0.4361	-0.4441	0.3000
	-25	-0.4468	0.4638	-0.3274
	-50	-0.9043	0.9473	-0.6827
$b_0=1000$	50	0.0638	11.4703	39.7421
	25	0.0751	6.0576	20.4066
	-25	-0.2985	-6.9731	-21.7611
	-50	-1.3455	-15.4953	-45.3391
$\beta=1.3$	50	-24.4775	15.3018	106.7349
	25	-14.1424	10.0441	63.7646
$a_1=200$	50	-0.2631	-6.9887	4.2491
	25	-0.0977	-3.8072	2.3454
	-25	0.0105	4.6465	-2.9195
	-50	-0.0949	10.4385	-6.6043
$b_1=10$	50	-0.2004	-3.9959	2.1996
	25	-0.1001	-2.1406	1.1685
	-25	0.1020	2.5190	-1.3383
	-50	0.2094	5.5610	-2.8918

資料來源：本研究整理

由表 4.1 沒有缺貨模型數值範例在參數變動下之敏感度分析得知

1.  $C_1$  值增加表示較大的單位時間籌置成本，從而導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 增加，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。

圖 3.4 顯示籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析(百分比)。

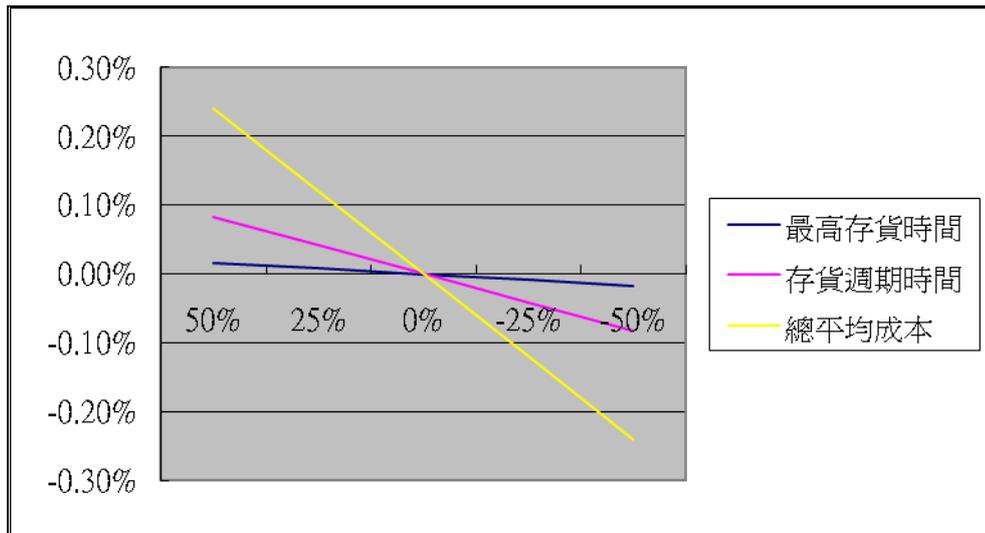


圖4.4 顯示籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

2.  $C_2$  值增加表示較大的儲存成本，從而導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 減少(圖 4.5 顯示 2 線條重疊，顯示  $t_1^*$  與  $t_2^*$  變動並不敏感)，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。圖 4.4 顯示籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析。

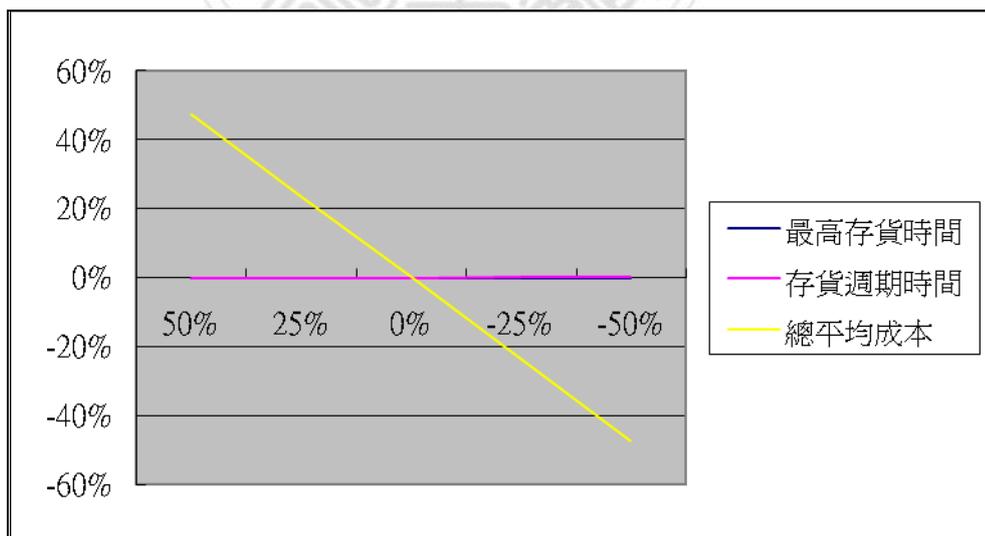


圖4.5 儲存成本  $C_2$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

3. 損耗成本  $C_3$  參數值改變增加了 25% 和 50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 減少，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。損耗成本  $C_3$  參數值改變減少了 25% 和 50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 增加(圖 4.6 顯示 2 線條重疊顯示  $t_1^*$  與  $t_2^*$  變動並不敏感)，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  減少。圖 4.6 顯示損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析。

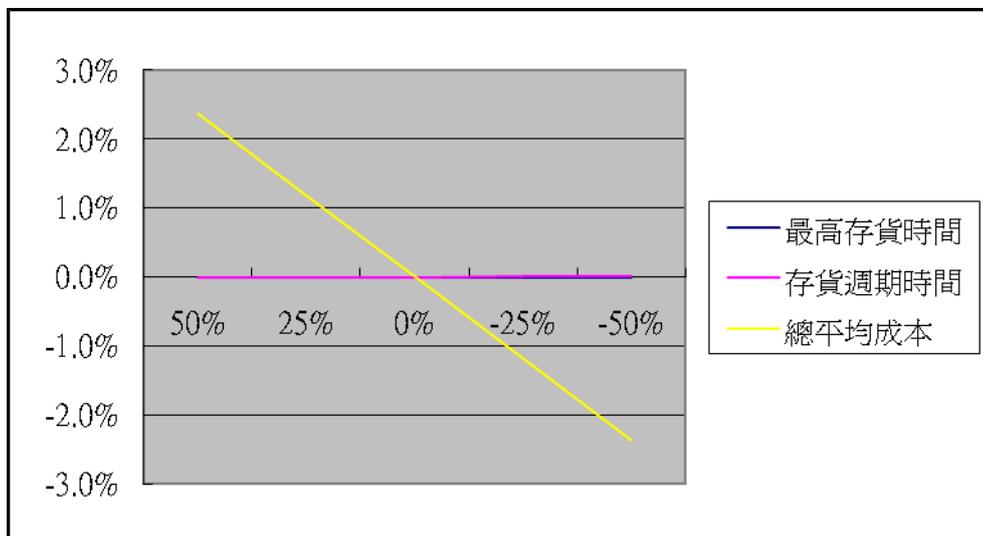


圖4.6 損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

4.  $\mu_1$  參數值增加表示從而導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 增加，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。圖4.7 顯示  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析。

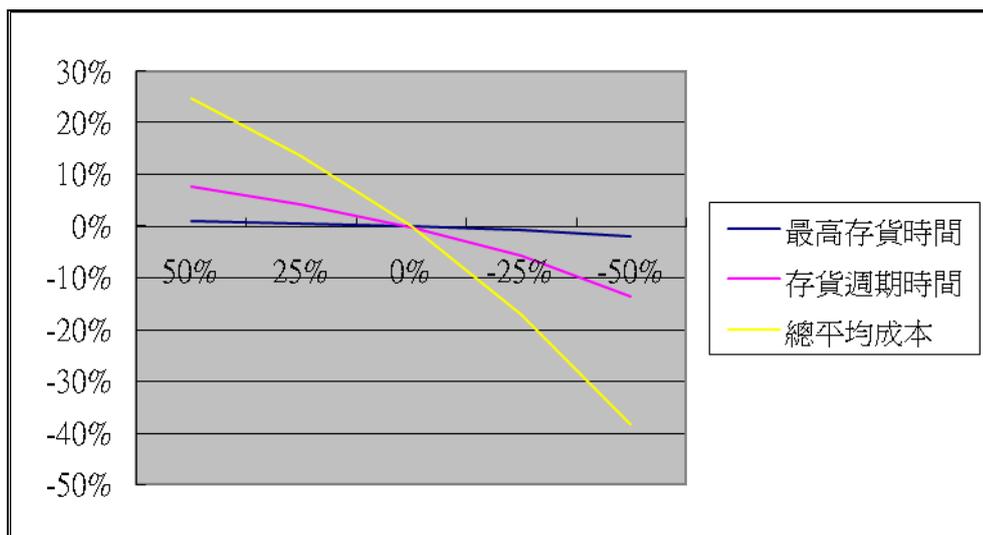


圖4.7  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

5.  $\mu_2$  參數值增加表示從而導致最高存貨時間( $t_1^*$ )和存貨週期時間( $t_2^*$ )增加，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。圖4.8  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析。

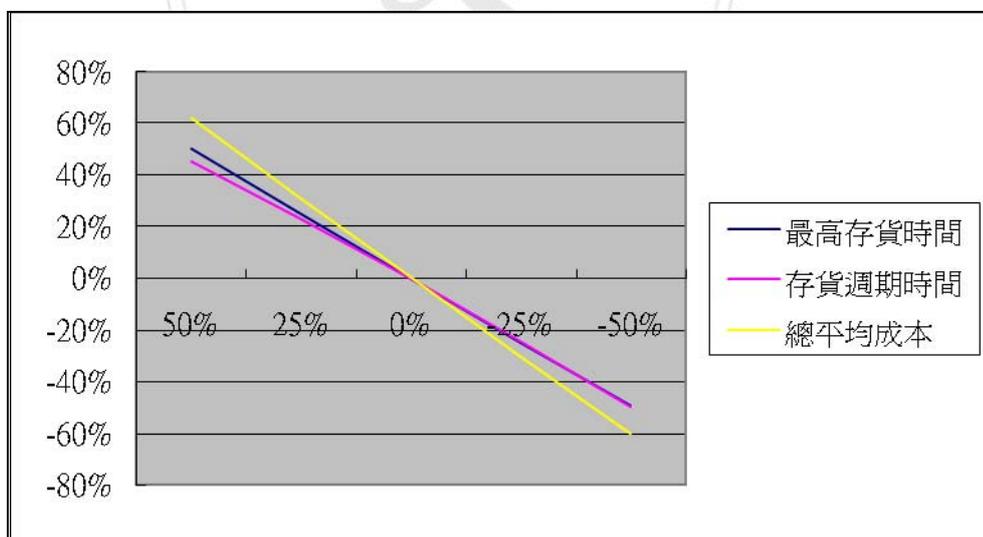


圖4.8  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

6.  $\theta$  值增加表示較大單位時間的損耗率，導致最高存貨時間( $t_1^*$ )增加

和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 減少，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。圖4.9 顯示  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析。

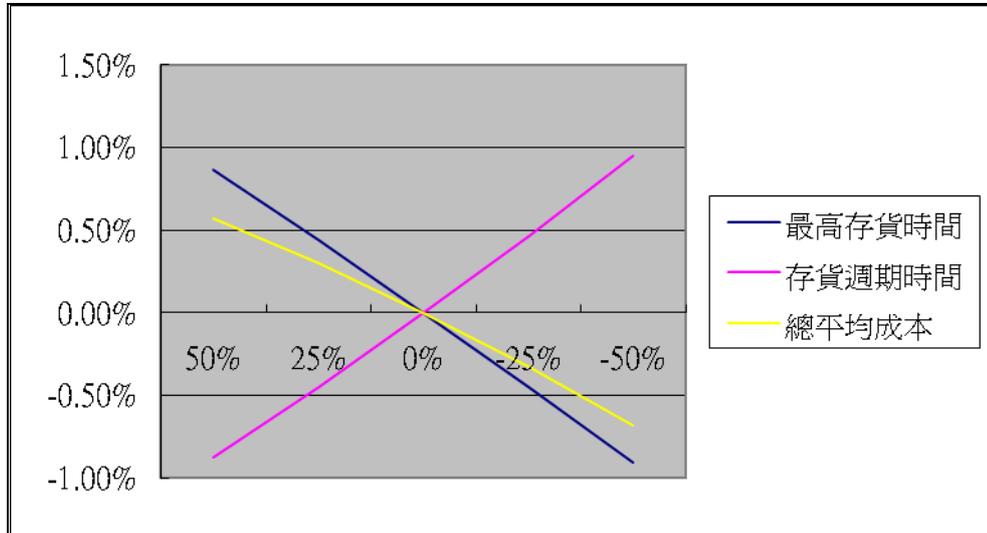


圖4.9  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

7.  $b_0$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 增加，存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 增加，單位時間總總平均成本  $TVC_1^*$  增加。 $b_0$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 減少，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  減少。圖4.10 顯示  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析。

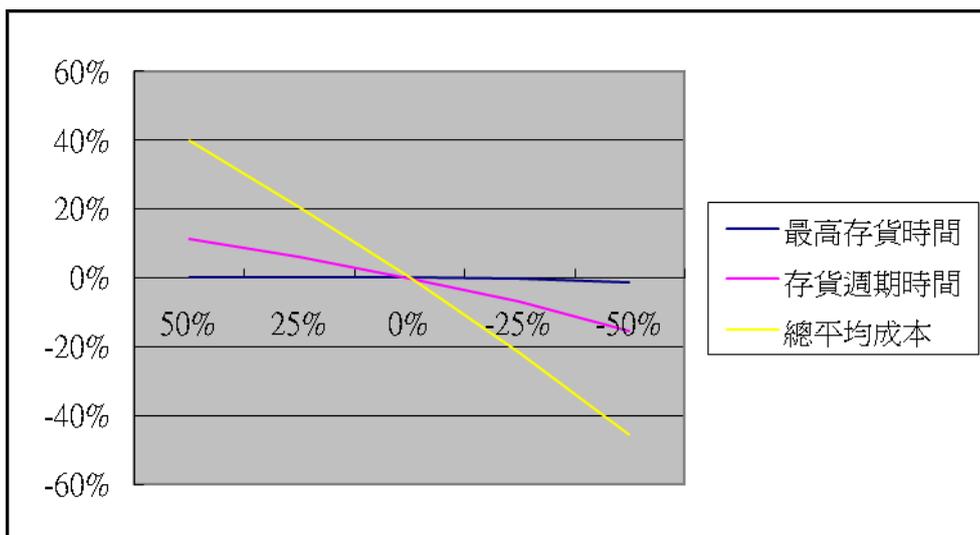


圖4.10  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

8.  $\beta$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 減少和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 增加，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。圖4.11 顯示  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析。

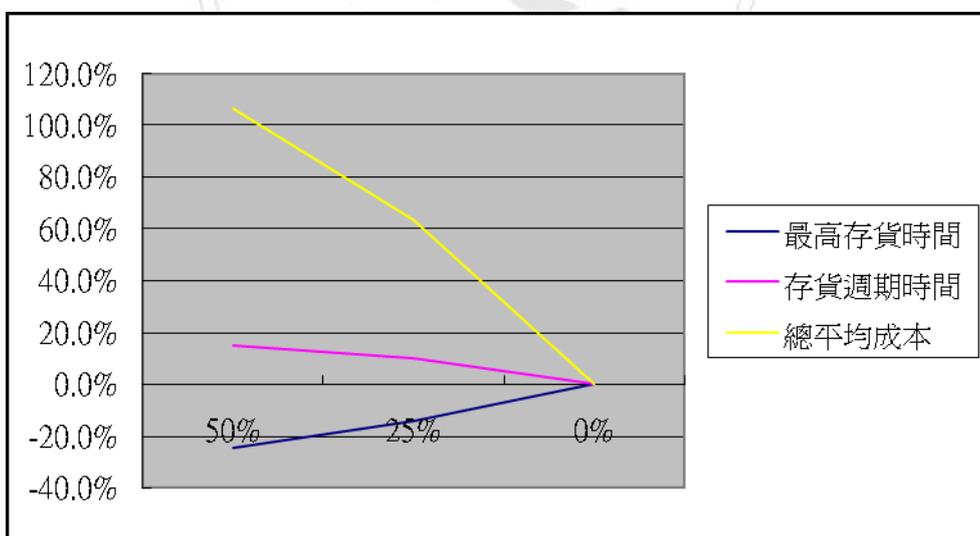


圖4.11  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

9.  $a_1$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 減少，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  增加。 $a_1$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 增加後減少，存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 增加，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$  減少。圖4.12 顯示  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析。

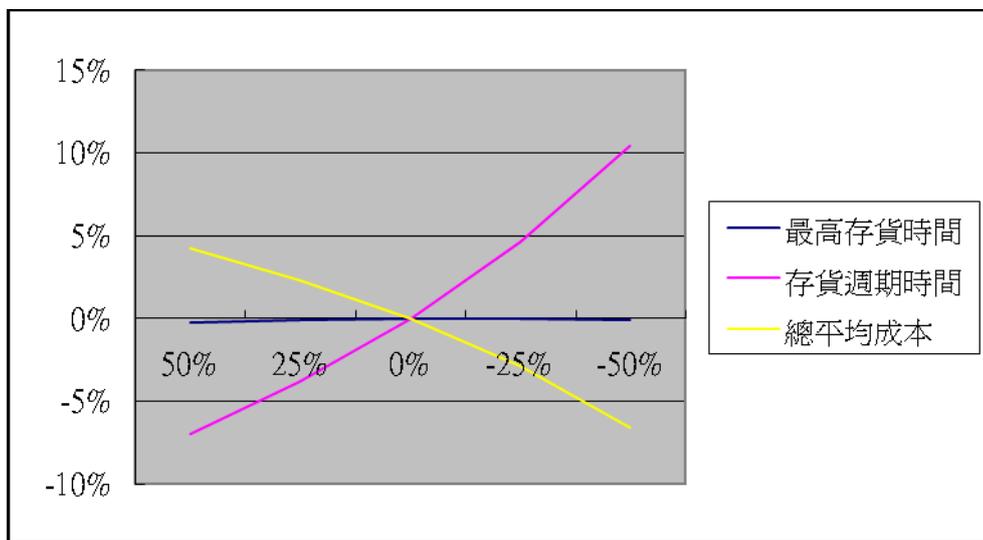


圖4.12  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

10.  $b_1$  參數值增加表示從而導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 減少，單位時間總平均成本  $TVC_1^*$  增加。圖4.13  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析。

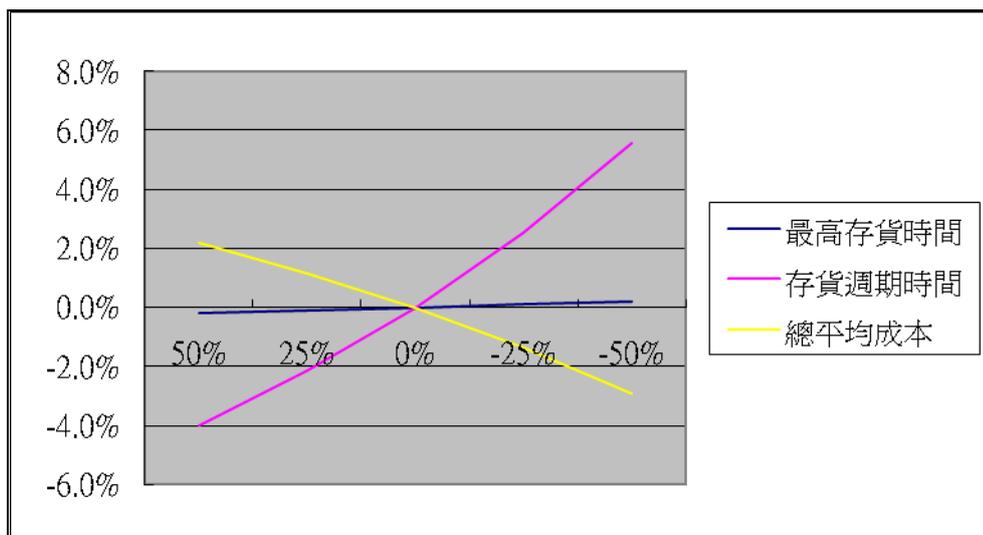


圖4.13  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

#### 4.4.2 模型 4：數值範例在參數變動下之敏感度分析

表 4.2 模型 4: 數值範例在參數變動下之敏感度分析

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$	$ATC_2^*$
		(%)				
$C_1=200$ 元	50	0.01032	0.00000	0.07632	0.00000	0.21573
	25	0.00524	0.02965	0.03816	0.05182	0.10786
	-25	-0.00509	-0.02965	-0.03907	-0.05246	-0.10786
	-50	-0.01032	-0.05930	-0.07723	-0.10428	-0.21573
$C_2=3$ 元/單位	50	-0.51696	-2.98338	2.15244	10.4608	36.2068
	25	-0.28047	-1.61198	1.06032	5.44343	18.6409
	-25	0.34150	1.94277	-0.99581	-5.97568	-19.9774
	-50	0.77379	4.37271	-1.85897	-12.6314	-41.6825
$C_3=5$ 元/單位	50	-0.03037	-0.17421	0.10358	0.56616	1.9193
$C_3=5$ 元/單位	25	-0.01526	-0.08747	0.05179	0.28340	0.96133
	-25	0.01541	0.08832	-0.05179	-0.28532	-0.96437
	-50	0.03111	0.17748	-0.10358	-0.57191	-1.93211

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$	$ATC_2^*$
	(% )					
$C_4=6$ 元/單位	50	0.48928	2.77783	-1.43920	-8.6382	7.12810
	25	0.27613	1.57294	-0.88133	-5.027	4.04017
	-25	-0.37485	-2.15845	1.53369	7.5539	-5.56138
	-50	-0.92292	-5.36320	4.67105	20.4744	-13.8615
$\mu_1=2$	50	1.33427	6.04315	7.73026	10.3674	21.9479
	25	0.69496	3.37168	4.32487	5.8298	12.2095
	-25	-0.88029	-4.41112	-5.65141	-7.6607	-15.382
	-50	-2.48082	-10.6904	-13.5452	-18.2629	-35.1366
$\mu_2=8$	50	49.9788	46.4529	45.5920	43.2723	63.9035
	25	24.8717	23.5020	23.1899	22.2413	31.6930
	-25	-24.6249	-24.2012	-24.1650	-23.7556	-30.8298
	-50	-48.9819	-49.2551	-49.4916	-49.3763	-60.1272
$\theta=0.03$	50	0.87850	-0.48812	-0.36343	-0.14906	0.297
	25	0.44411	-0.24986	-0.18535	-0.07421	0.15809
	-25	-0.45368	0.26231	0.19262	0.07357	-0.17730
	-50	-0.91694	0.53813	0.39433	0.14714	-0.37550
$b_0=1000$	50	0.10187	8.10600	10.9748	15.4526	34.6576
	25	0.09184	4.31679	5.81950	8.19681	17.9468
	-25	-0.30829	-5.11861	-6.80077	-9.54919	-19.6042
	-50	-1.36479	-11.7438	-15.3319	-21.3323	-41.6354
$\beta=1.3$	50	-25.3632	10.89375	24.1248	6.75422	113.3141
	25	-14.8277	7.10570	14.9717	4.28744	67.3939
$a_1=200$	50	-0.23828	-4.94345	-6.58907	-8.78471	6.80889
	25	-0.08810	-2.66229	-3.56620	-4.71222	3.63635
	-25	0.01481	3.18217	4.30579	5.51635	-4.19084
	-50	-0.06133	7.10042	9.66101	12.0582	-9.05717
$b_1=10$	50	-0.22512	-3.09090	-4.09682	-6.31985	4.10556
	25	-0.11338	-1.65587	-2.19878	-3.42509	2.17210

參數值	變動	$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$	$ATC_2^*$
		(% )				
$b_1=10$	-25	0.11832	1.95543	2.60583	4.16653	-2.47345
	-50	0.24816	4.34106	5.79769	9.44299	-5.34599

資料來源：本研究整理

由表 4.2 缺貨模型數值範例在參數變動下之敏感度分析得知

1. 籌置成本  $C_1$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。籌置成本  $C_1$  參數值改變減少了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 減少，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  減少。圖4.14 顯示籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析。

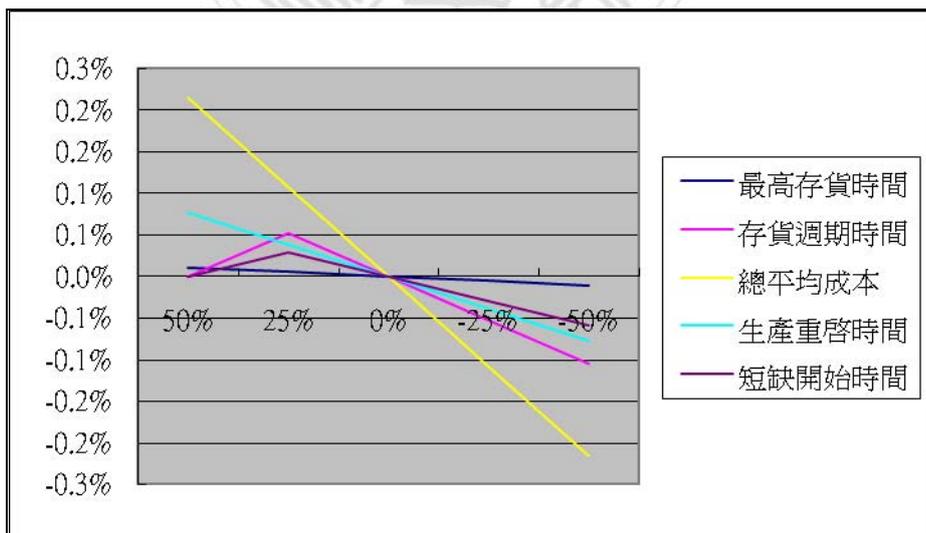


圖4.14 籌置成本  $C_1$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

2.  $C_2$  參數值增加表示一較大的儲存成本，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和短缺開始時間 ( $t_2^*$ ) 減少、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.15 顯示儲存成本  $C_2$  值變動下的敏感度分析。

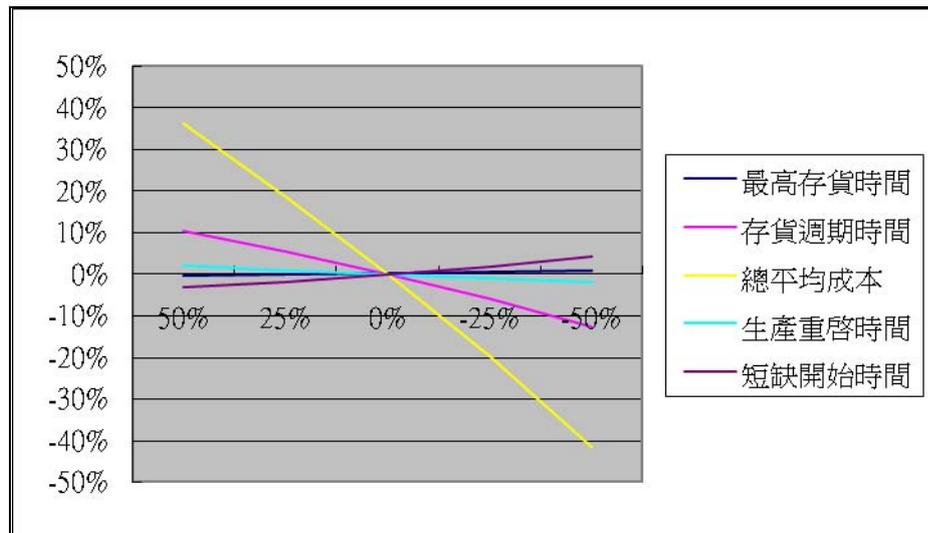


圖4.15 儲存成本  $C_2$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

3.  $C_3$  參數值增加表示一較大的損耗成本，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和短缺開始時間 ( $t_2^*$ ) 減少、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.16 顯示損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析。

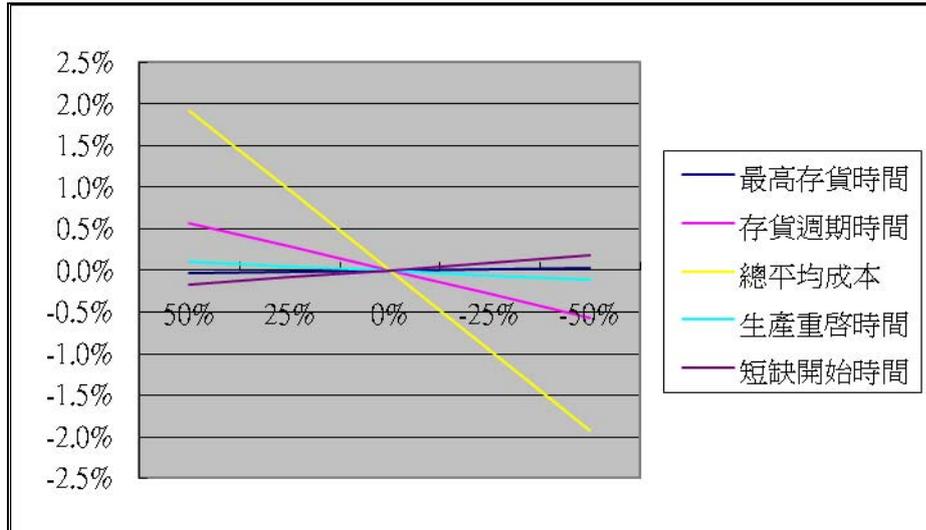


圖4.16 損耗成本  $C_3$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

4.  $C_4$  參數值增加表示一較大的缺貨成本，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 和短缺開始時間 ( $t_2^*$ ) 增加、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 減少，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.17 顯示缺貨損失成本  $C_4$  值變動下的敏感度分析。

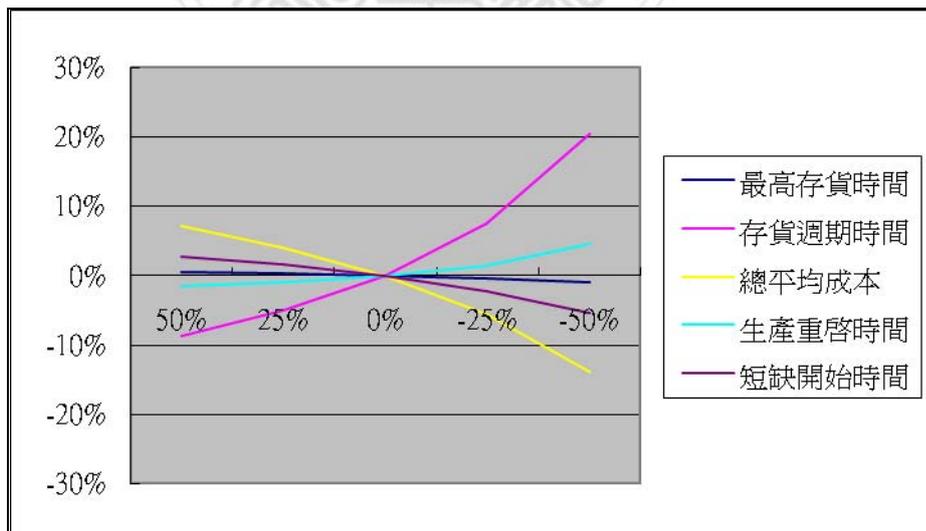


圖4.17 缺貨成本成本  $C_4$  值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

5.  $\mu_1$  參數值增加，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.18 顯示  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析。

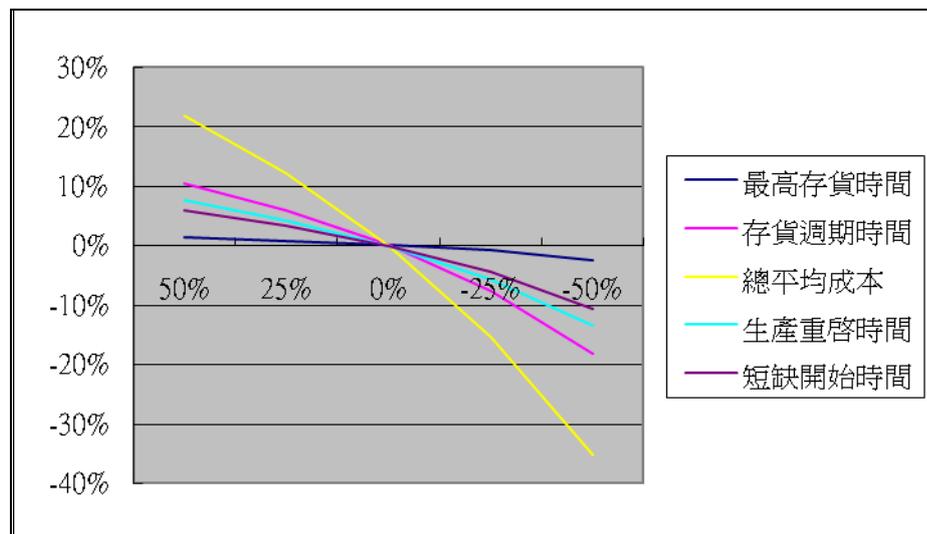


圖4.18  $\mu_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

6.  $\mu_2$  參數值增加，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖.19 顯示  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析。

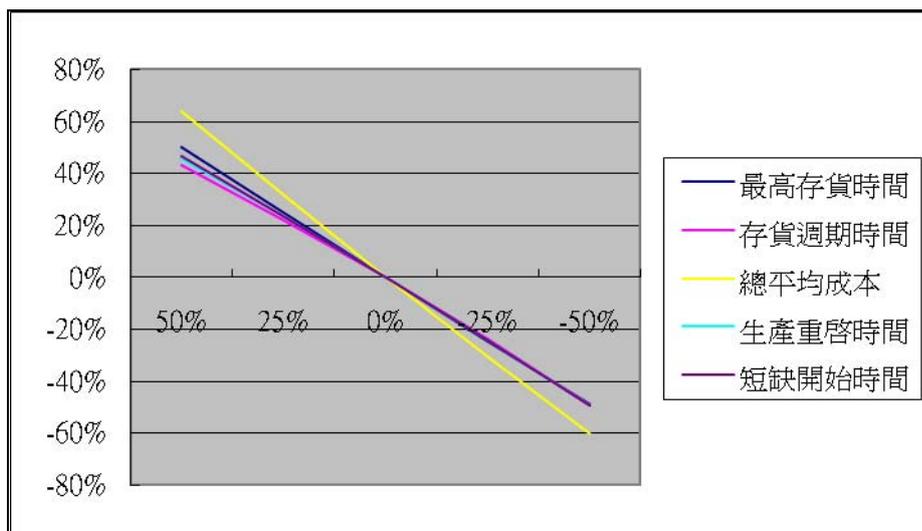


圖4.19  $\mu_2$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

7.  $\theta$  參數值增加，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 增加，短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 減少，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.20 顯示  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析。

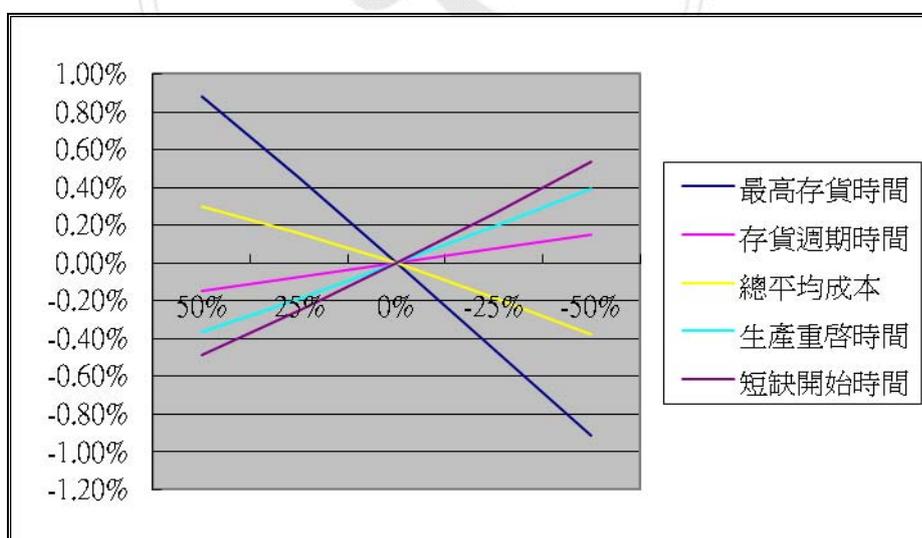


圖4.20  $\theta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

8.  $b_0$  參數值增加，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、

生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.21 顯示  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析。

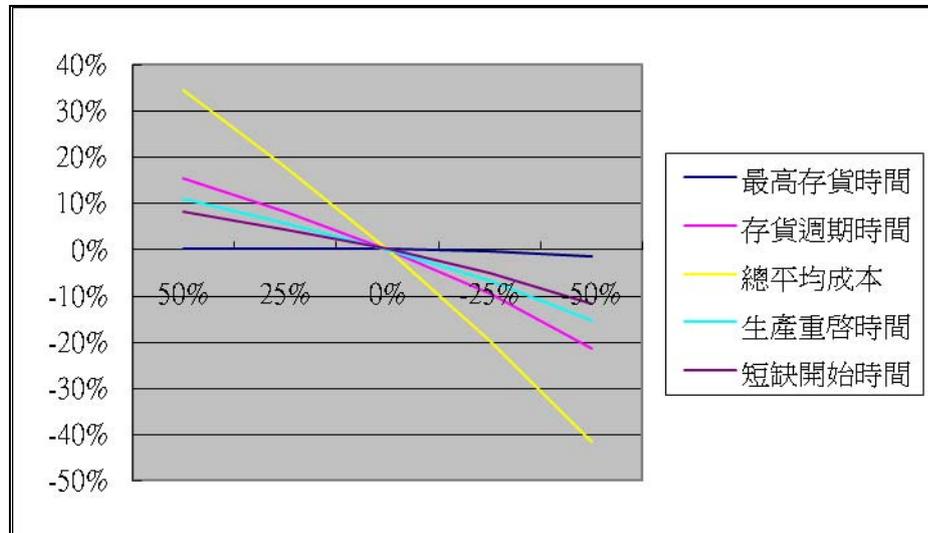


圖4.21  $b_0$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

9.  $\beta$  參數值改變增加了25%和50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 減少，短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，每單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.22 顯示  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析。

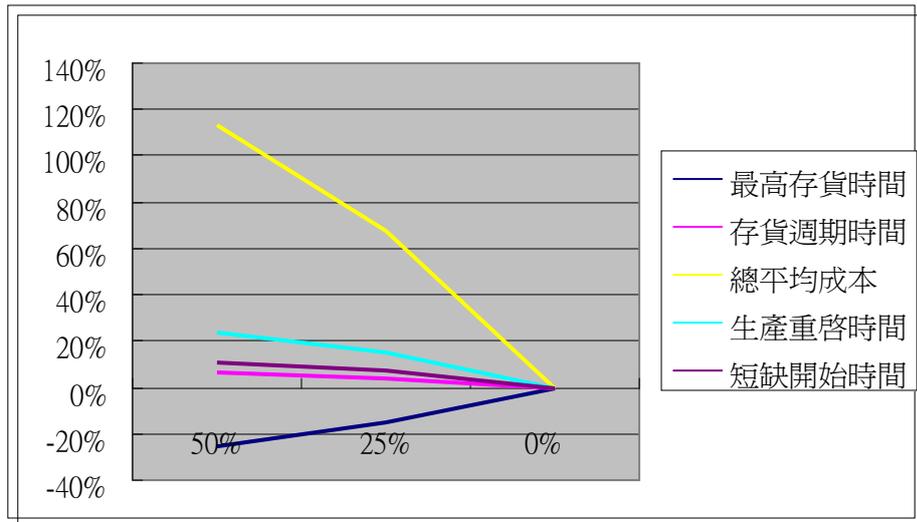


圖4.22  $\beta$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

10.  $a_1$  參數值改變增加了 25% 和 50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 減少，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。 $a_1$  參數值改變減少了 25% 和 50%，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ ) 增加後減少，短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 增加，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  減少。圖 4.23 顯示  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析。

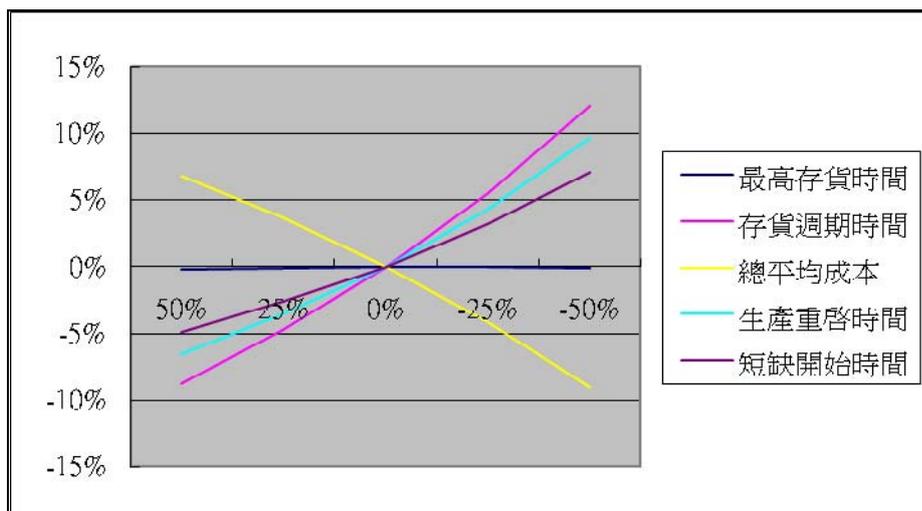


圖4.23  $a_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

11.  $b_1$  參數值增加，導致最高存貨時間 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 和存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 減少，單位時間的總平均成本  $ATC_2^*$  增加。圖4.24  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析。

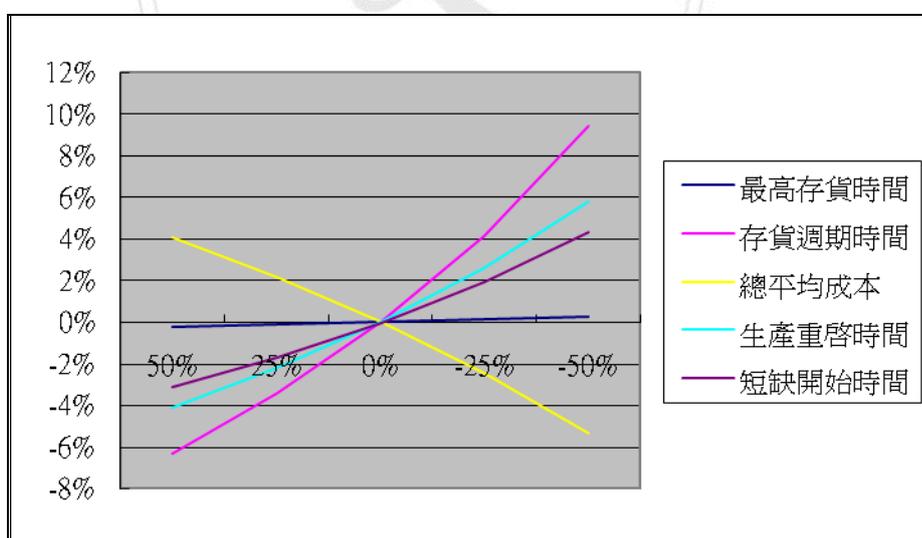


圖4.24  $b_1$  參數值變動下的敏感度分析

資料來源：本研究整理

## 4.5 綜合分析

綜合結果，本研究所建立上升斜坡需求的損耗性產品存貨模式，這是一積極的線性函數，提供現代企業損耗產品存貨控制，以數值範例之參數值為基準，參數值增加25%、50% 及減少25%、50%，分析模型3各參數對生產停止時點 ( $t_1^*$ )、存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 和總平均成本 ( $ATC_1^*$ ) 及分析模型4各參數對生產停止時點 ( $t_1^*$ )、短缺開始時間 ( $t_2^*$ )、生產重啟時間 ( $t_3^*$ )、存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 和總平均成本 ( $ATC_2^*$ ) 之影響，提供企業管理者進行維持最小總成本的存貨控制決策的參考依據。

### 4.5.1 參數值改變分析模型3

#### 1. 參數值增加25%、50%分析模型3

以數值範例之參數值為基準，參數值增加25%、50%，分析模型3上升斜坡需求沒有缺貨的存貨模型，求解結果如下：

- (1) 就最佳的生產停止時點 ( $t_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值的增加而遞增；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求常數 ( $b_0$ ) 值、生產率參數 ( $\beta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞減。
- (2) 就存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、生產率參數 ( $\beta$ ) 值的增加而遞增；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本

( $C_3$ )、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $a_1$ )值、需求常數( $b_1$ )值的增加而遞減。

- (3) 就單位時間總平均成本( $ATC_1^*$ )而言，它會隨著籌置成本( $C_1$ )、隨著儲存成本( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求函數參數( $\mu_2$ )值、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $b_0$ )值、需求生產率參數( $\beta$ )值、需求常數( $a_1$ )值、需求常數( $b_1$ )值的增加而遞增。

## 2. 參數值減少25%、50%分析模型3

以數值範例之參數值為基準，參數值減少25%、50%，分析模型3上升斜坡需求沒有缺貨的存貨模型，求解結果如下：

- (1) 就最佳的生產停止時點( $t_1^*$ )而言，它會隨著籌置成本( $C_1$ )、需求函數參數( $\mu_2$ )值、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $a_1$ )值的減少而遞減；隨著儲存成本( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求常數( $b_0$ )值的減少而遞增；隨著需求常數( $b_1$ )值的減少而遞增後遞減。
- (2) 就存貨週期時間( $t_2^*$ )而言，它會隨著籌置成本( $C_1$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求函數參數( $\mu_2$ )值、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $b_0$ )值、的減少而遞減；隨著儲存成本( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、需求常數( $b_1$ )值的減少而遞增；隨著需求常數( $a_1$ )值的減少而遞增後遞減。

(3) 就單位時間總平均成本 ( $ATC_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞減。

#### 4.5.2 參數值改變分析模型4

##### 1. 參數值增加25%、50%分析模型4

以數值範例之參數值為基準，參數值增加25%、50%，分析模型4上升斜坡需求缺貨的存貨模型，求解結果如下：

- (1) 就最佳的生產停止時點 ( $t_1^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值的增加而遞增；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、生產率參數 ( $\beta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞減。
- (2) 就存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 而言，它會隨著缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、生產率參數 ( $\beta$ ) 值的增加而遞增；隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的增加而遞減；隨著籌置成本 ( $C_1$ ) 的增加而遞增後遞減。
- (3) 就生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本

( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求函數參數( $\mu_2$ )值、需求常數( $b_0$ )值、生產率參數( $\beta$ )值的增加而遞增；隨著缺貨成本( $C_4$ )、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $a_1$ )值、需求常數( $b_1$ )值的增加而遞減。

(4) 就存貨週期時間( $t_4^*$ )而言，它會隨著儲存成本( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求函數參數( $\mu_2$ )值、需求常數( $b_0$ )值、生產率參數( $\beta$ )值的增加而遞增；隨著缺貨成本( $C_4$ )、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $a_1$ )值、需求常數( $b_1$ )值的增加而遞減；隨著籌置成本( $C_1$ )的增加而遞增後遞減。

(5) 就單位時間總平均成本 $ATC_2^*$ 而言，它會隨著籌置成本( $C_1$ )、儲存成本( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、缺貨成本( $C_4$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求函數參數( $\mu_2$ )值、損耗率( $\theta$ )值、需求常數( $b_0$ )值、生產率參數( $\beta$ )值、需求常數( $a_1$ )值、需求常數( $b_1$ )值的增加而遞增。

## 2. 參數值減少25%、50%分析模型4

以數值範例之參數值為基準，減少參數值25%、50%，分析模型4上升斜坡需求缺貨的存貨模型，求解結果如下：

(1) 就最佳的生產停止時點( $t_1^*$ )而言，它會隨著儲存成本( $C_2$ )、損耗成本( $C_3$ )、需求常數( $b_1$ )值的減少而遞增；隨著籌置成本( $C_1$ )、缺貨成本( $C_4$ )、需求函數參數( $\mu_1$ )值、需求函數參數( $\mu_2$ )

值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值的減少而遞減；隨著需求常數 ( $a_1$ ) 值的減少而遞增後遞減。

(2) 就存貨週期時間 ( $t_2^*$ ) 而言，它會隨著儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增；隨著籌置成本 ( $C_1$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值的減少而遞減。

(3) 就生產重啟時間 ( $t_3^*$ ) 而言，它會隨著缺貨成本 ( $C_4$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增；隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值的減少而遞減。

(4) 就存貨週期時間 ( $t_4^*$ ) 而言，它會隨著缺貨成本 ( $C_4$ )、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞增；隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值的減少而遞減。

(5) 就單位時間總平均成本  $ATC_2^*$  而言，它會隨著籌置成本 ( $C_1$ )、儲存成本 ( $C_2$ )、損耗成本 ( $C_3$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參

數 ( $\mu_1$ ) 值、需求函數參數 ( $\mu_2$ ) 值、損耗率 ( $\theta$ ) 值、需求常數 ( $b_0$ ) 值、需求常數 ( $a_1$ ) 值、需求常數 ( $b_1$ ) 值的減少而遞減。

#### 4.5.3 單位時間總平均成本高度敏感的參數分析

以數值範例之參數值為基準，單位時間總平均成本  $ATC_1^*$ 、 $ATC_2^*$  百分比變化高度敏感的參數，分析模型3及模型4求解結果如下：

1. 就單位時間最佳總平均成本  $ATC_1^*$  百分比變化儲存成本 ( $C_2$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 及 ( $\mu_2$ )、生產率參數 ( $\beta$ )、需求常數 ( $b_0$ ) 和需求常數 ( $a_1$ ) 是高度敏感的參數。
2. 就單位時間總平均成本  $ATC_2^*$  的百分比變化，儲存成本 ( $C_2$ )、缺貨成本 ( $C_4$ )、需求函數參數 ( $\mu_1$ ) 及 ( $\mu_2$ )、生產率參數 ( $\beta$ ) 和需求常數 ( $b_0$ ) 是高度敏感的參數。

## 第五章 結論及後續研究方向

### 5.1 結論

當新產品上市時，其需求率通常都會隨著時間增加而遞增，到了某一時點之後，需求即呈現水平穩定狀態。本論文第三章考慮產品需求呈現平穩狀態後，需求因需求下降時之下降梯型需求的問題，適用於有賞味期限限制或有效期限之農、魚產品及食品罐頭產業產品需求；第四章考慮產品需求呈現平穩狀態後，需求上升時之上升斜坡型需求的存貨模型，適用於季節性需求變化之飲料食品、電子產品產、汽車產業業產品需求。

同時，本文考慮現實環境中，產品的損耗性，現實的存貨管理情況，產品在持有的過程中，會因為產品管理操作發生破損，造成庫存數量減少損失或因時間因素使庫存產品腐敗、揮發、質變、過期等狀況，產品的價值減少，由於損耗性產品會產生損耗成本，將產品的損耗性納入文中。

在存貨系統，經營者經必需考慮銷售量及生產量之間平衡，產品必須滿足顧客的需求，同時進行訂購生產，保持適當在生產率大於需求率的情況下，存貨累積至一定的數量時便停止，維持最小總成本的庫存控制，通常而言，廠商的生產能力也不是固定不變的，多數的廠商會隨著需求率來調整生產率，所以在建立存貨模式時，本文也將生產率隨著需求率改變納入考量。

本文進一步的提供下降梯型需求和上升斜坡型需求的庫存貨模型研究資料，認為這兩種類型的的需求率是相當現實的，可以發現，下降梯型需求和上升斜坡型需求率模型是適用於產品存貨週期階段，本文提供現代企業如何因應產品生命週期之穩定期至衰退期階段，企業管理者進行

產品市場擴充、產品多樣性等策略，產品生命週期由衰退期階段改變為衝刺期時間點，顧客需求率從下降梯型需求模式轉變為上升斜坡型需求模式，建立良好企業經營存貨系統之管理策略，尋求企業經營最佳單位時間總平均成本是經營管理者之重要課題。

綜合以上結果所述，本研究主要的結果總結如下：

### 5.1.1 比較本研究模型1及模型2

企業管理者當產品需求處於需求下降時之下降梯型需求的問題時，比較本研究，模型1下降梯型需求沒有缺貨模型及模型2下降梯型需求缺貨模型在相同數值範例，可以得到問題的最佳解。

1. 最高存貨時間即最佳的生產停止時點，比較模型1及模型2，可知模型1比模型2最高存貨時間即最佳的生產停止時點時間較短。
2. 存貨週期時間即最佳的生產重啟週期，比較模型1及模型2，可知模型1比模型2存貨週期時間即最佳的生產重啟週期時間較長。
3. 單位時間總平均成本，比較模型1及模型2，可知模型1比模型2單位時間總平均成本高。

### 5.1.2 比較模型3及模型4

企業管理者當產品需求處於需求上升時之上升斜坡型需求的問題時，比較本研究，模型3上升斜坡型需求沒有缺貨模型及模型4上升斜坡型需求缺貨模型在相同數值範例，可以得到問題的最佳解。

1. 最高存貨時間即最佳的生產停止時點，比較模型3及模型4，可知模型3比模型4最高存貨時間即最佳的生產停止時點時間較長。
2. 短缺開始時間，比較模型3及模型4，可知模型3比模型4短缺開始時間時間較長。

3. 單位時間總平均成本，比較模型3及模型4，可知模型3比模型4單位時間總平均成本高。

## 5.2 後續研究方向

本論文建立之模式可應用於損耗性產品存貨管理，然而，現實商業交易行為日益複雜，本研究所考慮的問題只是不同存貨環境下的部份情形；因此，以本研究建構的存貨模式為基礎，對於未來研究方向，提供以下的建議：

1. 本研究考慮產品損耗率為固定的常數，但實際狀況中，損耗率可能服從某種機率分配，也可能與產品有效日期及儲存時間有關，因此，後續研究可以考慮其他型式的損耗情形。
2. 本研究所考慮的線性需求率函數，依產品特性不同，需求率可能和產品促銷、售價或產品改變創新有關，還可考慮其他狀態需求率如指數函數的情形。
3. 在現實狀況中，後續研究可以考慮存貨管理策略，對本研究擴充為部份缺貨模型之單位時間平均最小成本。
4. 在現實狀況中，管理者的主要目除了追求最小單位時間平均成本，還有最大利潤，因此，可以將本研究以最大利潤的觀點來考量。

## 參考文獻

1. Baker, R. C. & Urban, T. L. (1988), A Deterministic Inventory System with an Inventory-Level-Dependent Demand Rate, Journal of the Operational Research Society, Vol.39, pp.823-831.
2. Bhunia, A. K. & Maiti, M. (1997), Deterministic Inventory Models for Variable Production, Journal of the Operational Research Society, Vol.48, No.2, pp.221-224.
3. Bose, S. Goswami, A. & Chaudhuri, K. S. (1995), An EOQ Model for Deteriorating Items with Linear Time-Dependent Demand Rate and Shortage under Inflation and Time Discounting, Journal of the Operational Research Society, Vol.46, pp.507-782.
4. Chang, H. J. & Dye, C. Y. (1999), An EOQ model for deteriorating items with time varying demand and partial backlogging, Journal of the Operational Research Society, Vol.50, pp.1176-1182.
5. Cheng, M. & Wang, G. (2009), A note on the inventory model for deteriorating items with trapezoidal type demand rate, Computers & Industrial Engineering, Vol.56, pp.1296-1300.
6. Cheng, M. Zhang, . & Wang, G. (2011), Optimal policy for deteriorating items with trapezoidal type demand and partial backloggin, Applied Mathematical Modelling, Vol.35, pp.3552-3560.
7. Cheng, M. & Wang, G. (2009), A note on the inventory model for deteriorating items with trapezoidal type demand rate, Computers & Industrial Engineering, Vol.56, pp.1296-1300.
8. Chen, L. H. Ouyang, L. Y. & Teng, J. T. (2006), On an EOQ Model with Ramp Type Demand Rate and Time Dependent Deterioration Rate, International Journal of Information and Management Sciences, Vol.17, pp.51-66.

9. Chuang, K. W. Lin, C. N. & Lan, C. H. (2013), Order policy analysis for deteriorating inventory model with trapezoidal type demand rate, Journal of Networks, Vol.8, pp.1838-1844.
10. Chung, K. J. & Huang, Y. F. (2003), The Optimal Cycle Time for EPQ Inventory Model under Permissible Delay in Payments, International Journal of Production Economics, Vol.84, pp.307-318.
11. Covert, R. P. & Philip, G. C. (1973), An EOQ Model for Items with Weibull Distribution Deterioration, AIIE Transactions, Vol.5, pp.323-326.
12. Datta, T. K. & Pal, A. K. (1990), A Note on an Inventory Model with Inventory-Level-Dependent Demand Rate, Journal of the Operational Research Society, Vol.41, pp.971-975.
13. Dave, U. & Patel, L. K. (1981), (T, Si) Policy Inventory Model for Deteriorating Items with Time Proportional Demand, Journal of the Operational Research Society, Vol.32, pp.137-142.
14. Deb, M. & Chaudhuri, K. S. (1987), A Note on the Heuristic for Replenishment of Trended Inventory Considering Shortages, Journal of the Operational Research Society, Vol.38, pp.459-463.
15. Donaldson, W. A. (1977), Inventory Replenishment Policy for a Linear Trend in Demand-an Analytical Solution, Operational Research Quarterly, Vol.28, pp.663-670.
16. Ghare, P. M. & Schrader, G. H. (1963), A Model for Exponentially Decaying Inventory System, International Journal of Industrial Engineering, Vol.14, pp.238-243.
17. Goswami, A. & Chaudhuri, K. S. (1991), EOQ Model for an Inventory with a Linear Trend in Demand and Finite Rate of Replenishment Considering Shortages, International Journal of Systems Science, Vol.22, pp.181-187.

18. Goswami, A. & Chaudhuri, K. S. (1992), Variations of Order-Level Inventory Models for Deteriorating Items, International Journal of Production Economics, Vol.28, pp.111-117.
19. Gupta, R. & Vrat, P. (1986), Inventory Model with Multi-Items under Constraint Systems for Stock Dependent Consumption Rate, Journal of the Operational Research Society, Vol.24, pp.41-42.
20. Hariga, M. A. (1994), The Inventory Lot-Sizing Problem with Continuous Time-Varying Demand and Shortages, Journal of the Operational Research Society, Vol.45, pp.827-837.
21. Hsu, P. Hui. Wee, H. M. Teng, H. M. (2007) Optimal ordering decision for deteriorating items with expiration date and uncertain lead time, Computers & Industrial Engineering, Vol.52, pp.448-458.
22. Krishnamoorthi, C. (2012), An economic production lot size model for product life cycle (maturity stage) with defective items with shortages, Opsearch, vol.49, pp.253-270.
23. Mak, K. L. (1982), A Production Lot Size Inventory Model for Deteriorating Items, Computers and Industrial Engineering, Vol.6, pp.309-317.
24. Mandal, B. & Pal, A. K. (1998), Order Level Inventory System with Ramp Type Demand Rate for Deteriorating Items, Journal of Interdisciplinary Mathematics, Vol.1, pp.49-66.
25. Mandal, B. & Phaujdar, S. (1989), Some EOQ Models under Permissible Delay in Payments, International Journal of Managements Science, Vol.5, No.2, pp.99-108.
26. Manna, S .K. & Chaudhurt, K. S. (2001), An Economic Order Quantity Model for Deterioration Items with Time-Dependent Deterioration Rate, Demand rate, Unit Production Cost and Shortage, International Journal of Systems Science, Vol.32, pp.1003-1009.

27. Manna, S. K. & Chaudhuri, K. S. (2004), An EOQ model with ramp type demand rate, time dependent deterioration rate, unit production cost and shortages, European Journal of Operational Research, In Press, Corrected Proof, Available online 21.
28. Misra, R. B. (1975), Optimum Production Lot Size Model for a System with Deteriorating Inventory, International Journal of Production Research, Vol.13, pp.495-505.
29. Panda, S. Senapati, S. & Basu, M. (2008), Optimal replenishment policy for perishable seasonal products in a season with ramp-type time dependent demand, Computers & Industrial Engineering, Vol.54, 301-314.
30. Philip, G. C. (1974), A Generalized EOQ Model for Items with Weibull Distribution, AIIE Transactions, Vol.6, pp.159-162.
31. Raafat, F. Wolfe, P. M. & Eldin, H. K. (1991), An Inventory Model for Deteriorating Item, Computers & Industrial Engineering, Vol.20, pp. 89-94.
32. Rajendran, P. & Pandian, P. (2012), Economic order quantity for fuzzy Inventory model without or with Shortage, Mathematical Modelling and Scientific Computation, Vol.283, pp.136-147.
33. Shah, Y. K. (1977), An Order-Level Lot-Size Inventory Model for Deteriorating Items, AIIE Transactions, Vol.9, No.1, pp.108-112.
34. Skouri, K. Konstantaras, I. Manna, S. K. Chaudhuri, K. S. (2011), Inventory models with ramp type demand rate, time dependent deterioration rate, unit production cost and shortages, Ann Oper Res, Vol.191, pp.73-95.
35. Raymond, V. (1966), International Investment and International Trade in the Product Cycle, The Quarterly Journal of Economics, Vol.80, No.2, pp.190-207.

36. Teng, J. T. Ouyang, L. Y. & Cheng, M. C. (2005), An EOQ model for deteriorating items with power-form stock-dependent demand, International Journal of Information and Management Sciences, Vol.16, pp.1-16.
37. Wu, K. S. & Ouyang, L. Y. (2000), A Replenishment Policy for Deteriorating Items with Ramp Type Demand Rate, Proceedings of the National Science Council (Part A), Vol.24, No.4, pp.279-286.
38. Yu, C. P. Wee, H. M. & Chen, J. M. (2005), Optimal ordering policy for a deteriorating item with imperfect quality and partial backordering, Journal of the Chinese institute of industrial engineers, Vol.6, pp.509-520.
39. Uthayakumar, R. & Rameswari, M. (2012), An economic production quantity model for defective items with trapezoidal type demand rate, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.154, pp. 1055-1079.

## 個人簡歷

姓名：林健男

學歷：南華大學企業管理系管理科學碩士學位

經歷：天主教聖馬爾定醫院 總務部主任

教育部部定講師

現職：天主教聖馬爾定醫院 總務部主任兼任勞安室主任