南　華　大　學
資訊管理學系
碩士論文

多目標與妥協規劃模式的權重探討
Multiple objective programming and compromise programming with weighted Modification

研 究 生：林文裕
指導教授：陸海文

中華民國 103 年 5 月

南　華　大　學

資訊管理學系

碩 士 學 位 論 文

多目標與妥協規劃模式的權重探討

研究生：林文裕

經考試合格特此證明

口試委員：翁振益

張百棧

陳海文

指導教授：陳海文

系主任(所長)：洪銘建

口試日期：中華民國　　103 年　5 月　4 日

南華大學資訊管理學系碩士論文著作財產權同意書

立書人：______林 文 裕______之碩士畢業論文

中文題目：多目標與妥協規劃模式的權重探討

英文題目：Multiple objective programming and compromise programming with weighted Modification

指導教授： 陸 海 文 博士

學生與指導老師就本篇論文內容及資料其著作財產權歸屬如下：

☑ 共同享有著作權

☐ 共同享有著作權，學生願「拋棄」著作財產權

☐ 學生獨自享有著作財產權

學 生：林文裕（請親自簽名）

指導老師：陸海文（請親自簽名）

中 華 民 國 103 年 5 月 17 日

南 華 大 學 碩 士 班 研 究 生

論 文 指 導 教 授 推 薦 函

_資訊管理_系碩士班_林文裕_君所提之論文

多目標與妥協規劃模式的權重探討

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授 陳海文

103 年 5 月 17 日

誌　　謝

回首碩士專班二年的求學生活，首要感恩的是我的指導教授－陸海文教授，因為個人工作的關係，幾乎無法配合論文研討時間，然而陸教授仍給予最大的包容與體諒，並竭盡所能的予以協助。再者，感謝翁振益教授與張介耀教授在論文口試期間的指導與修改建議，使得論文更臻完善。最後感謝南華大學資訊管理所電子商務組各位師長的敦敦教誨與教導。

最後由衷感謝我的家人及曾經陪伴我與幫助我的每一位朋友，尤其嘉欣、文豪、瓊誼與正諒在論文討論其間的幫助，因為有你們的協助與關懷才會有今日成長的我。真的，要感謝的人太多太多，縱然萬語千言仍無法道盡我心中的感激，感恩大家，謝謝。

林 文 裕 謹誌於

南華大學資訊管理學系

中華民國一〇三年五月

多 目 標 與 妥 協 規 劃 模 式 的 權 重 探 討

學生：林文裕　　　　　　　　　　指導教授：陸海文

南 華 大 學 資訊管理學系碩士班

摘　　要

本論文是探討多目標與妥協規劃模式的議題，主要研究多目標演算法及妥協規劃的特性。在多目標演算法中，當多目標為非一致性時， Yu and Zeleney 提出的妥協規劃法(compromise programming)，找尋離理想解(ideal solution)最接近的效率解，也就是妥協解(compromise solution)。最終多目標的妥協解是將多目標中賦予適當的權重來決定，但權重與目標並無相關性，實為不足之處。

本研究提出多目標一致性判斷的演算法與提出妥協規劃的權重修正模式，建立模式的權重與各目標有相關性的改良式的妥協規劃模式，強化多目標決策品質。

關鍵詞：多目標規劃、妥協規劃、權重模式

Multiple objective programming and compromise programming with weighted Modification

Student: Wen-Yu Lin Advisor: Hai-Wen Lu

Master's Program, Department of Information Management, Nanhua University

Abstract

This study investigated multiobjective compromise programming models by examining the characteristics of multiobjective algorithms and compromise programming. Yu and Zeleneydeveloped compromise programming for obtaining the efficient solution closest to the ideal solution when the multiple objectives in multiobjective algorithms are inconsistent. Such an efficient solution is called a compromise solution. The compromise solution to a multiobjective problem is ultimately determined by identifying an appropriate weight among the multiple objectives. However, a disadvantage of this method is that the weight is not correlated with the objectives.

In this study, an algorithm for determining the consistency between multiple objectives and a weight modification model for compromise programming were developed. Thus, improved compromise programming based on the correlation between various objectives and the weights of models is achieved, thereby enhancing the quality of multiobjective decision-making.

Keywords: multiobjective programming, compromise programming, weight models

目　錄

圖 目 錄

第一章、緒論

第一節　研究背景與動機

對於現實生活或實際工作上，時常會遇見許多需要決定的目標，而影響這些目標為其所隱含各種屬性，這些影響的屬性相對於目標而言，有些較為重要有些則為次要，如何決定屬性權重的多寡才能達成該目標則是需要研究的課題。

公司方面做為決策的主角往往是上位者，對於決策者所做的決定將會影響公司整體的業績方向。決策者對於多目標規劃者而言可分為四類：第一類：當決策者無提供任何偏好。第二類：當決策者事先提供偏好。第三類：當決策者持續提供偏好。第四類：當決策者事後提供偏好。如何提供決策者最好的決策方向，將是本研究的最終目標。

第二節　研究目的

本研究是探討多目標與妥協規劃模式的議題，並藉此探討多目標演算法及妥協規劃的權重，提出新的修正模式。主要議題為多目標演算法及妥協規劃的特性。在多目標演算法中，當多目標其結果為非一致性時，由 Yu and Zeleney 提出的妥協規劃法(compromise programming)找尋妥協解(compromise solution)。但最終多目標的妥協解是將多目標中賦予適當的權重來決定，如其權重與目標並無相關性，實為不足之處。

本研究目標提出多目標一致性判斷的演算法與提出妥協規劃的權重修正模式，若影響妥協解的因子很多時，則須個別針對該因子提出權重的加權計算演算法。並藉此探討多目標演算法及妥協規劃的權重，建立出新模式的客觀權重與各目標有相關性的改良式的妥協規劃模式，提供決策者做決策依據，藉此強化多目標決策品質。本研究最後會依照研究者本身殯葬實務上的現況設計多目標演算的方程式。

第二章、文獻探討

面對多目標決策的問題，結果所呈現為一致性的多目標時，則其結果為最佳解。若遇到結果呈現出非一致性的多目標時，有許多學者在探討此議題，其相關文獻如下探討。

第一節　多目標規劃(Multiple Objective Programming, MOP)

多目標規劃之定義：多目標規劃法也是運籌學(作業研究 Operations Research)中的一個重要分支，它是在線性規劃的基礎上，為解決多目標決策問題而發展起來的一種科學管理的數學方法

1944 年 Von Neumann 和 Morgenstern 提出多目標規劃理論為了解決多個衝突的目標，在 1951 年 T.C. Koopmans 提出有效向量的概念，考量多目標資源最有效分配問題。並在同年 H.W. Kuhn 和 A.W. Tucker 研究出有效解存在的最適化條件，到此奠定多目標規畫的研究基礎。多目標規劃為一種可以同時考量多個相互衝突的決策目標規劃方法。傳統單一目標最適化或求得的最佳解已無法處理存在多個目標相互衝突的問題(馮正民、邱裕鈞,2004)。

多目標規劃的概念是 1961 年由美國數學家查爾斯和庫柏首先提出的。在單一目標規劃中並無所謂的決策，因為所有的決策隱含在目標函數價值係數之估計中，當此目標一旦決定後所得最佳解，能使決策者對模型的最佳解加以做最佳決策規劃。

原本單一目標只能讓決策者接受或拒絕兩種決定，使得「多目標規劃」藉此發展，多目標規劃則是在決策過程中同時考慮多個決策目標規劃，結果於目標取捨時的得失，主要在於探討多個目標取捨時，如何讓決策者能有效地尋找到一個

有用的最佳解或適宜的妥協解(Compromise Solution)。

多目標規劃是一種可以同時考量多個決策目標的數學規劃法，其可有效反映出決策問題之真實狀態。多目標規劃所要討論之問題，乃是如何在有限之資源下，同時滿足所需要達到的諸多目標，但這些目標往往是建立在互相衝突的價值判斷下，如何再衝突的情況下權衡取捨，就必須以「妥協」的方式，尋找各方面損失最小之滿意解，提供決策者做為決策的依據。Goicolchon(1982)多目標規劃其一般的數學式如下：

$$\mathrm{Max}\ Z = \left[Z_1, Z_2, \dots, Z_p\right]$$

$$\mathrm{s.t.}\ \ g_i(x) \le b_i\ ；i = 1, \dots, m$$
$$X_j \ge 0\ ；j = 1, \dots, n$$

其中 Z(X)為多目標之目標函數，$Z1, \cdots,\ Zp$為 P 個單一目標；而模式中bi為關係係數，gi為限制函數，具有 m 個限制式，n 個決策變數及 P 個目標。

在單一目標規劃中有所謂的最佳解，但在多目標規劃問題只有效率解或滿意解並無所謂的最佳解，即無法在不損害其他目標的情況下，就可改善任一目標。此效率解稱「柏拉圖最佳解」或「非劣解」，通常此效率解並非唯一，以處理多目標規劃最適化的問題(Kuhn and Tucker, 1951)。

其中非劣解是指在多目標規劃問題中，如果沒有其他的可行解，能使某一目標的目標值提高，而不會使其他目標的目標值減少的可行解即為非劣解(Cohon，1978)。因此非劣解彼此無法比較優劣，但存在有權衡(trade-off)關係，而在某些情況下，權衡問題時常轉變成個人的價值問題，必須由決策者主觀判定(Keenry and Raiffa，1993)。故再結合決策者偏好，從非劣解集合中尋找接近於理想解

之妥協解(compromise solution)(Yu，1973)。

由於多目標規劃所求出的效率解是許多可能解之集合，因此在此研究最後探討過程中，則需加入決策者之偏好而得此多目標規劃解。

第二節　妥協規劃

妥協規劃(compromise programming)是 Yu and Zeleney 於 1972 年提出以距離概念為基礎最近的效率解，稱之為妥協解(compromise solution)。妥協規劃的模式機制是以最佳化函數為基礎,較適用於可行方案多個且為量化資料的情形，其運算機制是以限制條件（式）界定可行方案範圍,而後以數學方法各別求得最佳解,再結合各別最佳解做為限制式,最後求得妥協解(compromise solution)。

多目標線性規劃之問題，每個目標之最佳化通常無法同時達到，此時可在各目標之最佳值中進行妥協， Wu 和 Guu (2001)提出的妥協模式求解，其模式是為了在最小運算元與平均運算元之間提供給管理者更多的妥協解。

此妥協規劃法的主要精神是決策者會選擇距離理想解(ideal solution)最近的點當作決策解。而 Simonovic 與 Burn(1989)指出妥協規劃的優點為適於於離散(discrete)的最佳化選擇,並可依照決策者對目標的重要性給予不同的權重。

在多目標規劃分析法中，權重的大小依決策者的偏好做決定，在各目標函數前設定一個權數，並將加權後的每個目標值予以加總，將多目標問題轉為單目標規劃問題。由於各個目標函數權重設定的不同，將會導致最佳解的差異，目前這方面並無可靠的技術加以解決，仍需依決策者要求，視其所需而定。而決定權重的兩種方式,列舉如下:第一種方式為效用法(weighting or utility methods):依照其目標函數給予決策者的效用值，直接賦予權重數。第二種方式為優先順序

法(ranking or prioritizing methods)：將所有目標函數，依使用者的偏好予以排序，排序愈前者，其賦予的權重數愈重。此法精確程度雖較效用法差，但有其簡單容易的優點，一般決策者可方便地使用此法將其整合為單一函式。

妥協規劃方程式如下：

$$d_p = \left[\sum_{i=1}^{n} w_i \left|x_i^* - x_i\right|^p\right]^{\frac{1}{p}} \quad P = 1,2,3,\cdots,\infty$$

其中 w_i是第 i 座標中附加在距離的權重，$0 < w_i < 1$，且

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

當 $P = 1$ 時，$d_1 = \sum_{i=1}^{n} w_i \left|x_i^* - x_i\right|$

當 $P = 2$ 時，即為一般的直線距離。

x 與 x* 的直線距離

$$d_2 = \left[\sum_{i=1}^{n} (x_i^* - x_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

當 $P = \infty$時，$d_\infty = \max_{i=1,2,\cdots,n} \left|w_i(x_i^* - x_i)\right|$

$$\min d_p = \left[\sum_{i=1}^{n} \left|w_i \frac{f_i^* - f_i(x)}{f_i^*}\right|^p\right]^{\frac{1}{p}}$$

$$\text{s.t.} \quad x \in S$$

w_i是對應於第 i 目標函數的權重，f_i^*是第 i 目標函數最佳解對應的目標值，

p 是$\{1,2,\cdots,\infty\}$中任一數值。

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

第三節　多目標規劃與妥協規劃的應用實例

多目標規劃在企業資源分配、計劃編製、生產調度、基因演算法、運輸業管理等方面有一定的應用。也使得企業決策者藉由運用多目標規劃與妥協規劃並結合應用在該領域的其他策略方法，將有助於提高企業決策者的管理和決策水平。例如馮正民等人（1989）在考慮交通運輸與資源利用兩種目標下，藉由與決策者反覆交換偏好相關資訊，得到整體交通運輸成本最小、土地整體開發成本最小以及整體能源消耗最小的最佳妥協解。

應用在環保議題方面，Anderson 等人（2005）利用多目標規劃並配合遺傳演算法(Multi-objective Genetic Algorithm，MOGA)對一間廢棄物焚燒廠進行三個方面的目標評估，其三方面分別為最大限度提高焚燒量、在其同時優化經濟與環境之目標，藉由多目標規劃納入了遺傳演算法得到這三方面彼此衝突目標的最佳妥協解。

在探討有關銀行資產負債管理的問題中，Chambers 和 Charnes(1961)動態規劃模型是資產負債管理的一個基礎。Eatman and Sealey(1979)在探討多目標資產負債管理問題，發展出一個合適商業銀行資產負債管理模式的多目標線性規劃模式，其目標的函數包括獲利性與償債能力。

在資源管理方面在其圖書館收藏資源分配模式下，Wise and Perushek（2000）利用多目標規劃模式在整體預算有限下維持館藏成長量、各學科出版量比例的平均分配與預算專款最小和最大的限制。

多目標規劃運用在公共建設計畫這類問題，在公營機關的決策問題中屬於多目標資源分配相關問題，其中往往具備多個衝突目標，政府在相關決策中有一些目標需要最大化。如 Huang（2010）提到政府最重要的問題其中之一就是如何分配公共基礎設施項目的預算問題。

在基因演算法中，Anderson 等（2005）目標遺傳演算法結合基因演算法與多目標規劃建立可提供決策者一組非劣解；但是其缺點是決策者需要熟悉整體過程才能有效率做選擇以及缺少質化等不確定性考量。

在資源回收而言，Lee 等人（2001）運用多目標規劃針對產品最佳的拆解方式進行研究，配合以減少環境衝擊與降低拆解成本為目標，分別以再使用價值、再製造價值、主要回收價值(直接拆解回收)、次要回收價值(粉碎回收)、焚化價值、掩埋成本、特殊處理成本(有害物)與雜費成本(收集與處理)等為考量的指標。藉此計算出產品壽命終了的經濟價值與環境衝擊。

人員工時排班中Berrada(1996)等利用多目標方法建構一具有彈性的模式，以處理護理人員排班問題中各種軟硬性限制條件，透過電腦決策支援系統、數學規劃模型及專家系統三種不同技術的運用來對問題進行求解。

第三章、多目標與妥協規劃模式的構建

多目標規劃模式的權重影響決策品質的良窳，一般分決策者的主觀判斷與客觀判斷的方法賦予權重不同值。其中決策者的主觀做判斷有其優缺點，由 Hwang 和 Yoon 等人之研究指出，多目標規劃依據決策者之偏好又可分為四類：第一類：當決策者無提供任何偏好(No Articulation)時，其優點為最終結果不受規劃者的影響，缺點為必須對決策者偏好做許多假設。第二類：當決策者事先提供偏好（Prior Articulation），其優點為探討容易並且成本較低，所得的結果容易讓決策者接受，且結果符合實際決策模式，缺點為較難求得決策者真正的價值函數及提供決策者所必須的偏好資訊。第三類：當決策者持續提供偏好（Progressive Articulation），其優點為決策者不需要在規劃中事先提供偏好資訊，缺點為決策者不能保證能提供正確的局部偏好，同時也無法保證在一定的次數探討過程後，能得到最滿意解，且費時較多。第四類：當決策者事後提供偏好（Posterior Articulation），其優點為決策者有更多的選擇機會，而且不需要決策者先提供偏好資訊，缺點為計算複雜，許多大規模實際問題難以使用本方法探討及產生的非劣解數目太多，決策者無從中選擇一個最滿意解。所以本研究的權重非決策者主觀決定，而是以客觀的數據為參考準則，如本研究提出權重的大小與多目標的目標值為依據，在整合時以不同的權重賦予不同的目標，依此新的整合目標方程式進行多目標的求解過程，此為本研究的核心價值與內容。

本研究探討兩個議題，其一為多目標一致性的判斷，另一議題為妥協規劃的權重。本章第一節為探討多目標一致性的判斷，第二節探討妥協規劃目標函數的權重。

第一節　多目標一致性的判斷模式的構建

本研究探討多目標一致性的判斷，假設多目標模式如下：

$$\begin{cases}\text{Max } f_1(x)\\ \quad\vdots\\ \text{Max } f_n(x)\end{cases}$$
$$\text{s.t.}$$
$$A(x) \leq b$$
$$\forall x \geq 0$$

其中：$f_i(x)$為第 i 個目標方程式，i=1, ⋯, n

本程序分三階段：

階段一：為初始階段是求各目標單一目標最佳化暨忽略其他目標，單獨求此目標的最佳化。

階段二：為原有限制式加入目標值，求各目標單一目標最佳化。

階段三：為判斷一致性的終止條件，若不滿足則重複進行第二階段的程序，若滿足終止條件則判斷目標是否達到一致性。

壹、階段一：初始階段是求各目標單一目標最佳化

設迴圈步驟　$i = 1\,, \theta_0 = M\,, M \gg 0, \varepsilon \to 0^+$

首先本階段為忽略其他目標，求單一目標解，如

第一目標

$$\begin{aligned}&\text{Max } f_1(x)\\&\text{s.t.}\\&\quad A(x) \leq b\\&\quad \forall x \geq 0\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\vdots$$

第 n 目標

$$\begin{aligned} &\text{Max } f_n(x) \\ &\quad \text{s.t.} \\ &\qquad A(x) \le b \\ &\qquad \forall x \ge 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

其中：$f_j(x)$為第 j 個目標函數式，$j = 1, \cdots, n$

其最佳解分別為$f_{1i}^*, \ldots, f_{ni}^*$

貳、階段二：原有限制式加入目標值求解

$$\begin{aligned} &\text{Max } f_j(x) \\ &\quad \text{s.t.} \\ &\qquad f_{1(x)} \le f_{1i}^* \\ &\qquad \vdots \\ &\qquad f_{n(x)} \le f_{ni}^* \\ &\qquad A(x) \le b \\ &\forall x \ge 0，x \text{ 為 m 個變數}，j = 1, \cdots, n \end{aligned} \tag{3.3}$$

參、階段三：判斷一致性的終止條件(θ_i)

$$\theta_i = \sum_{j=1}^{n} \left(f_{ji}^* - f_{ji-1}^*\right)^2, i > 0 \tag{3.4}$$

本模式的判斷準則

一、 如果$\theta_i \le \varepsilon$，則本議題達終止條件，其解為$(x_{j1}^*, \cdots, x_{jk\cdots}^*, x_{jm}^*)$

如果$x_{ji}^* = x_{ki}^*$，$i = 1, \cdots, n$；$\forall j, k$ （3.5）

則本題多目標達到一致性。若不符合，本議題的多目標不具有一致性，

則本議題須運用妥協規劃求解。

二、如果$\theta_i > \varepsilon$，則 $i = i + 1$ 返回階段二進行下一步演算。

第二節　探討妥協規劃的目標函數權重

妥協規劃是探討不一致性多目標的議題，其模式 Yu and Zeleney 並未探討目標函數權重(w_i)的因素，在本研究中提出目標函數權重依所屬目標的目標最佳化值為依據，其目標值越大，本模式權重越大，反之目標值越小，本模式權重越小。本概念如與生活息息相關的所得稅問題相似，依 103 年 3 月 13 日行政院院會通過所得稅法修正草案，將現行課稅級距由五級調整為六級，增加綜合所得淨額超過 1 千萬這一個部分，適用 45%稅率，以達到量能課稅及適度縮小貧富差距的目標。課稅級距調整後，綜合所得淨額在 52 萬以下，課徵 5%。52 至 117 萬元，課徵 2 萬 6 千元，加上超過 52 萬元部分的 12%。117 萬至 235 萬元，課徵 10 萬 4 千元，加上 117 萬元部分的 20%。235 萬至 440 萬元，課徵 34 萬元，加上超過 235 萬元部分的 30%。超過 440 萬元課徵 95 萬 5 千元，加上超過 440 萬元部分的 40%。超過 1 千萬元課徵 319 萬 5 千元，加上超過千萬部分的 45%。上述的部分依照所得越多，繳交的稅率越高，所得稅稅率就是相當於一種權重。多目標的權重大小依上述概念設計本模式的客觀權重，本客觀權重依單一目標值的目標值為參考依據，由此客觀權重關係所得到的最終妥協解將可讓決策者有更好的決策標的。本研究提出改良式的客觀權重的妥協規劃，詳細模式如下：

$$\min d_p = \left[\sum_{i=1}^{n} \left| w_i \left(1 - \frac{f_i(x)}{f_i^*}\right) \right|^p \right]^{\frac{1}{p}} \tag{3.6}$$

$$\text{s.t.} \quad x \in S$$

$$\text{其中 } w_i = \frac{f_k^*}{\sum_{k=1}^{n} f_k^*}$$

w_i：是對應於第 i 目標函數的權重，$0 < w_i < 1$。

f_i^*：是第 i 目標函數最佳解對應的目標值。

第四章、多目標與妥協規劃問題實例

考慮下列多目標規劃問題(決策分析:方法與應用範例,2007)，此問題可應用於實例，如企業營運方針：該目標方程式可運用在運輸成本、運輸效率或利潤等多方面探討。

第一節、多目標問題一致性的判斷

本實例的模式如下：

$$\begin{aligned} \text{Max}\ \ f_1(x) &= \ \ 5x_1 - 2x_2 \\ \text{Max}\ \ f_2(x) &= -x_1 + 4x_2 \end{aligned}$$

$$\text{s.t.}$$

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\le 3 \\ x_1 + x_2 &\le 8 \\ x_1 \qquad &\le 6 \\ x_2 &\le 4 \\ x_1\ ,\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

階段一：初始階段是求各目標單一目標最佳化，依公式(3.1)，第一目標的最佳化模式如下：

$$\text{Max}\ \ f_1(x) = 5x_1 - 2x_2$$

$$\text{s.t.}$$

$$\begin{aligned} -x_1 + 4x_2 &\le \infty \\ -x_1 + \ x_2 &\le 3 \\ x_1 + \ x_2 &\le 8 \\ x_1 \qquad &\le 6 \\ x_2 &\le 4 \\ x_1\ \ ,\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

求得f_1極大化的最佳解$x_{10}^* = (6,0)$，$f_{10}^* = 30$

依公式(3.2)，第二目標的最佳化模式如下：

$$\text{Max } f_2(x) = -x_1 + 4x_2$$

$$\text{s. t.}$$

$$\begin{aligned} 5x_1 - 2x_2 &\leq \infty \\ -x_1 + x_2 &\leq 3 \\ x_1 + x_2 &\leq 8 \\ x_1 \quad\quad &\leq 6 \\ x_2 &\leq 4 \\ x_1 \ , \ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

求得f_2極大化的最佳解$x_{20}^* = (1,4)$，$f_{20}^* = 15$

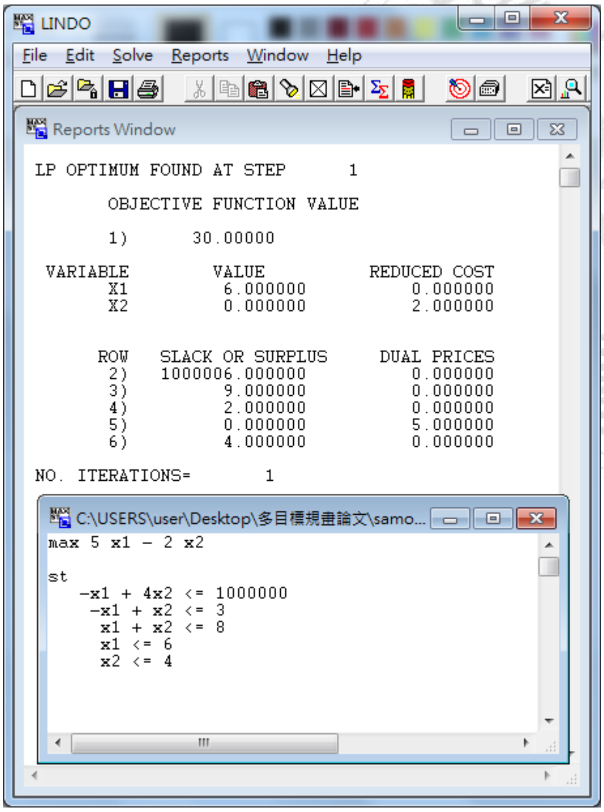

圖 4-1 第一目標求解結果

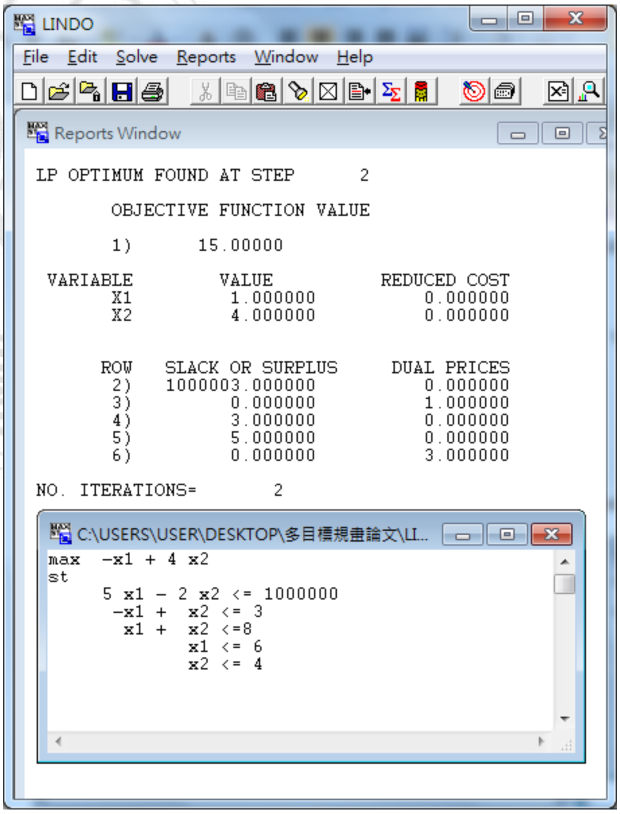

圖 4-2 第二目標求解結果

階段二：原有限制式加入目標值求解，依公式(3.3)，其目標方程式如下：

$$\text{Max } f_1(x) = 5x_1 - 2x_2$$

s.t.

$$\begin{aligned} -x_1 + 4x_2 &\le 15 \\ -x_1 + x_2 &\le 3 \\ x_1 + x_2 &\le 8 \\ x_1 \quad &\le 6 \\ x_2 &\le 4 \\ x_1 , x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

求得f_1極大化的最佳解$x_{11}^* = (6,0)$，$f_{11}^* = 30$

$$\text{Max } f_2(x) = -x_1 + 4x_2$$

s.t.

$$\begin{aligned} 5x_1 - 2x_2 &\le 30 \\ -x_1 + x_2 &\le 3 \\ x_1 + x_2 &\le 8 \\ x_1 \quad &\le 6 \\ x_2 &\le 4 \\ x_1 , x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

求得f_2極大化的最佳解$x_{21}^* = (1,4)$，$f_{21}^* = 15$

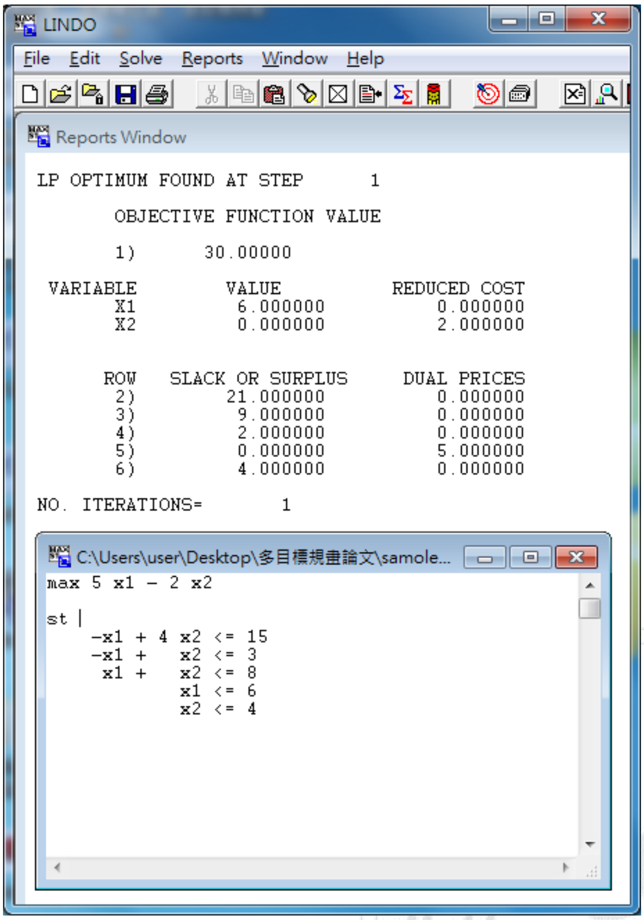

圖 4-3 第一目標加入限制式求解

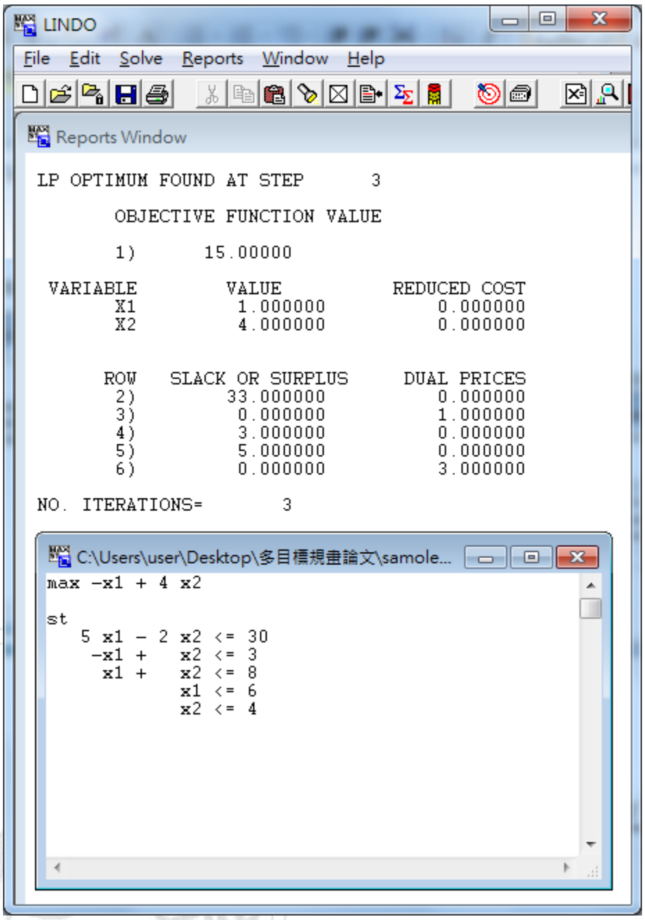

圖 4-4 第二目標加入限制式求解

階段三：判斷一致性的終止條件(θ_i)，依據公式(3.5)

$$\theta_i = \sum_{j=1}^{n} \left(f_{ji}^* - f_{ji-1}^*\right)^2$$

本模式 $\theta_i = 0 \leq \epsilon$，本議題達終止條件。

因為$x_{ji}^* \neq x_{ki}^*$，$i = 1, \ldots, n\ \forall j, k$，即$x_{11}^* = (6,0) \neq x_{21}^* = (1,4)$

本題答案不符合(3.5)的規範，表示本議題的多目標不具有一致性，需運用妥協規劃求解。

第二節　妥協規劃問題的目標函數權重

客觀權重妥協規劃求解：

由於最終目標為極大化，權重應與階段一目標值有一定關連性，個別目標值越大，客觀權重貢獻度也越大，其中 $f_{10}^{*}(x) = 30$及$f_{20}^{*}(x) = 15$，依據公式(3.5)，本題妥協規劃的模式如下：

$$p = 1 \text{ 時}, \min d_1 = \sum_{i=1}^{n} w_i \left(1 - \frac{f_i(x)}{f_i^{*}}\right)$$

目標客觀權重如下：

$$w_1 = \frac{30}{30+15} = \frac{2}{3}\text{，}w_2 = \frac{15}{30+15} = \frac{1}{3}$$

$$\min\ d_1 = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{(5x_1 - 2x_2)}{30}\right) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{(-x_1 + 4x_2)}{15}\right)$$

$$\text{求} \min\ d_1 = 1 + \frac{-4x_1 - 2x_2}{45}$$

s. t.

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\le 3 \\ x_1 + x_2 &\le 8 \\ x_1 \qquad &\le 6 \\ x_2 &\le 4 \\ x_1\ ,\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

求出 X 解為(6, 2)

$$\max\ 4x_1 + 2x_2$$

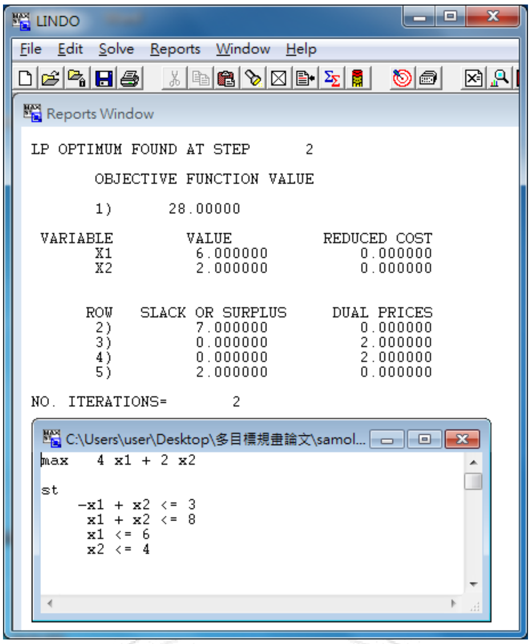

圖 4-5 加上客觀權重的妥協解

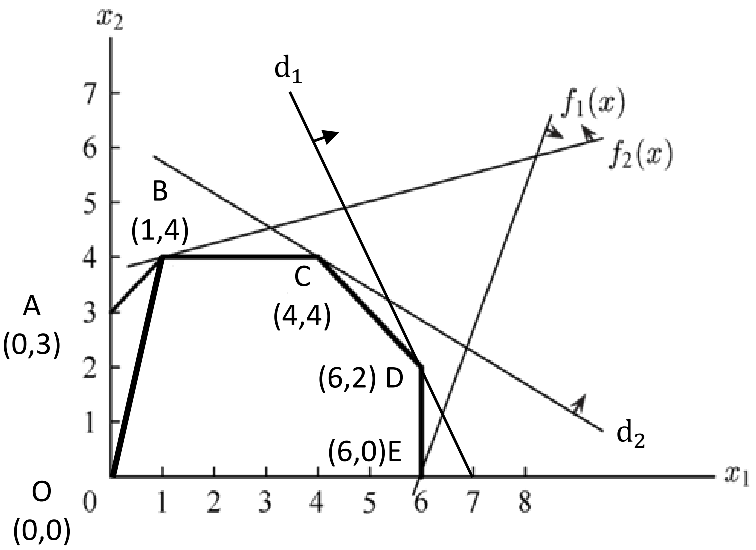

圖 4-6 多目標線性規劃實例圖解

本議題為線性規劃的議題，其可行解(feasible solution)如圖 4-6 所示，在多邊形 OBCDE 內，最佳解(optimal solution)在多邊形的端點上，所以最佳解在 B、C、D 與 E 中，在本研究中提出所屬權重為依目標

值的大小，目標值越大，權重越大，反之目標值越小，權重越小。其解為(6,2)，f_1^*為 24，f_2^*為 2。

依照翁振益、周瑛琪等學者以$w_1 = w_2 = 0.5$，求得此妥協解為(4,4)，而本研究所提出客觀權重探討所得妥協解為(6,2)，其考量為原單一目標的目標值為依據所估算的客觀權重，均可做為決策者可決策依據，使得決策者可以藉由客觀權重修正模式與最初以各個目標平均權重的妥協解加以判斷推敲，找出最適合決策者運用的目標權並充份發揮決策品質。

第五章、結論與建議

第一節　研究結論

本研究探討多目標與妥協規劃模式的議題，重點在於多目標規劃的妥協解所賦予權重的修正模式，藉由探討多目標演算法及妥協規劃的特性。在多目標演算法中，當多目標為非一致性時，以 Yu and Zeleney 提出妥協規劃法(compromise programming)找尋妥協解(compromise solution)。最終多目標的妥協解是將多目標中賦予適當的權重來決定，但此權重與目標並無相關性。也因為決策者不能保證能提供正確的偏好，同時也無法保證在一定次數的探討過程後，能得到最滿意解，藉此提出妥協規劃的權重修正模式，使得決策者可以藉由該修正模式與最初以各個目標平均權重的妥協解加以判斷推敲，找出最適合決策者運用的目標權重

本研究因此提出多目標一致性判斷的演算法與提出妥協規劃的權重修正模式，藉由建立模式的權重與各目標有相關性的改良式的客觀化妥協規劃模式，強化多目標決策品質。藉此考量原單一目標的目標值為依據所估算的權重，做為決策者做決策相關依據的基礎，找出最合適最終目標的權重，藉此才能充份發揮決策者的決策品質。

第二節　研究建議

本研究主要研究多目標演算法及妥協規劃的特性。為了強化多目標決策品質，本研究提出多目標一致性判斷的演算法與提出客觀化妥協規劃的權重修正模式，建立模式的權重與各目標有相關性的改良式的妥協規劃模式，但後續研究可以結合實例，運用決策者偏好的屬性資訊加以配合，將可以讓企業決策者在各方面決定更加快速與正確。

之後研究建議運用此方法運用在實例上：

以本身殯葬業為例，以季為單位，將所接的案件轉換為專案。

求這一季的專案成效：

$$\begin{cases} \text{Max } f_1 = \text{專案的效率(人員、車輛派遣…)} \\ \text{Max } f_2 = \text{專案的獲利} \\ \text{Min } f_3 = \text{專案的成本} \end{cases}$$

s. t.

從業人員的素質

車輛的派遣

時間的掌握

進貨的成本

殯葬硬體設備的損壞率

殯葬事務的控管…

在之後的研究者可以運用此方法，結合實務上的資訊，藉此判斷何種的成效較佳，再依此提供給決策者做最佳的決策判斷依據。

參　考　文　獻

一、中文部分

1. 馮正民、邱裕鈞(2004)。研究分析方法，建都文化，新竹。

2. 張保隆、周瑛琪、翁振益(2007)。決策分析:方法與應用，華泰文化，108-124。

3. 馮正民、魏國強、洪嘉宏(1989)。管理科學學報，第六卷，第一期，27-40。

二、西文部分

1. Anderson, S.R., Kadirkamanathan, V., Chipperfield, A.J., Sharifi, V. and Swithenbank, J. (2005). “Multiobjective optimization of operational variables in a waste incineration plant”. Computers & Chemical Engineering, p1121-1130.
2. Berrada, I., Ferland, J. A. and Michelon, P. (1996). “A Multi-Objective Approach to Nurse Scheduling with Both Hard and Soft Constraints,”Socio-Econ. Plann. Sci., Vol.30, No.3, 183-193.
3. Chambers, D., Charnes, A. 1961. “Inter-Temporal Analysis and Optimization of Bank Portfolios”,Management Science,Vol. 7 ,393-410.
4. Cohon, J. L.(1978).Multiobjective Programming and Planning, New York, Academic Press.
5. Eatman, L., Sealey, Jr.(1979). “A Multi-objective Linear Programming Model for Commercial Bank Balance Sheet Management ”, Journal of Bank Research, Vol.9, 227-236.
6. Kuhn, H. W., and Tucker, A. W.(1951). Nonlinear programming, Proceeding of the second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Ed. University of California Press, Berkeley, USA.

7. Keeney, R L., and Raiffa, H. (1993). Decision with Multiple Objectives, Cambridge University Press.
8. Goicolchon, A., Hansen, D.R., Duckstein, L. (1982). "Multi-objective Decision Analysis withEngineering and Business ApplicationJohn Wiley & Sons", New York, 9-23.
9. Hwang, C.L., Paidy, S.R., Yoon, K. (1980).“ Mathematical Programming with Multiple Objectives：A Tutorial, Computers Operation Research”, Vol. 7,5-31.
10. Huang, W. , Teng, J. , and Li, M. (2010), “The budget allocation model of public infrastructure projects”, Journal of Marine Science and Technology, vol.18,NO.5, 697-708.
11. S. G. Lee, S. W. Lye, and M. K. Khoo (2001) “A multi-objective methodology for evaluating product end-of-life options and disassembly”. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 18, 148-156,.
12. Wu, Y. K. and Guu, S. M. (2001) .“A compromise model for solving fuzzy multiple objective linear programming problems”, Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, Vol. 18, No. 5, 87-93.
13. Wise, Kenneth. & Perushek, D. E. (2000). “Goal programming as a solution technique for the acquisitions allocation problem ”. Library and Information Science Research, 22 (2) , 165-183.
14. Yu and Zeleney(1972), The techniques of linear multiobjective programming .
15. Yu, P. L. (1973). “A class of group decision problems”, Management Science, Vol. 19, No. 8, 936-946.
16. Zeleney,M. (1974).“A Concept of Compromise Solutions and the Method of Displaced Ideal ,”Computers and Operations Research,Vol. 1 ,No. 4 ,479-496.

17. Zeleny,M. (1982).Multiple Crieria Decision Making,New York:McGraw-Hill,Inc.