

南 華 大 學
經 濟 學 研 究 所 碩 士 論 文

策略性遺產動機與最適遺產稅率
Strategic Bequest Motives and Optimal Inheritance Taxation



研 究 生：王育鵬

指 導 教 授：張鐸瀚 博士

中 華 民 國 九 十 六 年 六 月

南 華 大 學

經濟學研究所

碩 士 學 位 論 文

策略性遺產動機與最適遺產稅率

研究生：王育鵬

經考試合格特此證明

口試委員：張文武

張鐸涵

莊子彬

指導教授：張鐸涵

系主任(所長)：陳寶媛

口試日期：中華民國 96 年 6 月 20 日

謝誌

僅僅憑著當初的一股傻勁和熱情，就這樣步入了碩士班的研究生涯。一路走來，雖然也有過游移、徬徨與挫折，然而我卻不曾動搖，只因為一切都是出於自己的選擇。現在回想起來，依舊是如此令人百味雜陳的一段歷程。

感謝恩師張鐸瀚教授除了在知識的傳授外，更重要的是，在寫作的過程裡，我益發覺得自己變得更能同理人性，更有勇氣面對生活，並且，恩師引領我去面對生命的巨人，讓我慢慢學會了什麼叫謙卑，在此謹致上我最誠摯的敬意與謝忱。另外，特別感謝張文武教授與莊文彬教授在論文口試期間，撥冗細審，並給予許多意見及指正，不僅修正了許多缺失，亦使此論文更臻完備。

人是惧怕離別的，越是最後關卡，越是依依難表。感謝這兩年內每一個我所遇到的人，給了我重新檢視自己的學習機會。感謝總是不吝給我鼓勵的人，讓我在學習的路途上，走的並不寂寞。更感謝曾經不看好我的人，你們的懷疑讓我更堅定了必須完成學位的信念。

最後，更要感謝我親愛的父母、妹妹和所有家人在精神上之鼓勵以及對我的愛與包容，也感謝佩玉總是適時地給予我不斷的打氣與安慰，並能耐心傾聽我偶發的牢騷與抱怨，有你們的支持讓我在追求夢想與求學的過程中無後顧之憂，才能順利完成學位，謝謝。

王育鵬 謹誌於
南華大學經濟學研究所
中華民國九十六年六月

摘要

遺產可能導致社會的財富分配不公並且對於繼承人以及被繼承人可藉由遺產制度來增加自身的效用，所以遺產制度在公共政策議題的探討是重要的，其中政府可以利用遺產稅的課徵來減緩由遺產的移轉所造成的貧富不均的狀況。本文主要目的是藉由一個簡單的模型設定來探討父母與子女由於遺產彼此間如何的影響。我們在一個子女間具異質的工資率下且父母可藉由提供遺產來交換取子女照顧的模型下來探討，並且考慮政府課徵遺產稅並將所有總稅入對於年輕世代進行財產重分配。本文在一個階段賽局做討論，父母希望子女犧牲時間來提供照顧且兩個子女由提供照顧已獲取財富的移轉。

本文主要發現父母的財富與小孩提供的照顧彼此間是正向關係，並且較高的遺產稅率會減少子女會導致小孩的照顧減少。本文顯示每個子女對於照顧父母的機會成本將會是相同的，且當子女的收入較高時對於照顧的供給將會較低。因為父母與子女們將照顧均視為一般財，較有錢的父母可以以較貧窮的父母獲得更多子女們提供的照顧。由於政府將遺產稅收入對年輕人進行家庭財富的移轉，所以當其他家的子女工資率上升時，自己家的子女將會提高照顧量。

關鍵詞：遺產，策略性遺產動機，遺產稅率。

JEL 分類：D31，D69

ABSTRACT

Bequests are important from the viewpoint of public policy, because the unevenness of inheritance may increase the inequality of society's distribution of wealth, and the option of leaving an estate may increase utility among benefactors and among beneficiaries. The inheritance tax can serve the purpose of minimizing the gap that is increasing widened due to inheritance, between the rich and poor family. The purpose of this paper is to show within a simple setting how the bequest may be affected by the parent-children interaction. We investigate a model with heterogeneous wage rate of children where parents offer bequests to their children in exchange for attention, and consider the government levies inheritance tax and redistributes revenue lump-sum among the young generation. This paper consider a stage-game is played between the parent, who wants the child's time consuming services, and the two children who receive a transfer of money in exchange of his service.

The main positive finding of the paper is that a positive relationship between parent wealth and the attention provided by the children, but the child's supply of attention is lowered when the child's income is higher. This paper also shows that the opportunity cost of attention from each child is equal, and when a higher inheritance tax rate reduces the attention provided by each child. Because attention is seen a normal good to parent and children, a richer parent can get more service than poorer parent. Because the government redistributes revenue lump-sum among the young generation, the child will increase attention when the wage rate of the child at other family is rising.

Keyword : Bequest, Strategic bequest motive, Inheritance taxation.

JEL classification : D31, D69

目錄

1. 序論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究動機與目的.....	2
1.3 本文架構.....	4
2. 文獻回顧.....	5
2.1 意外性遺產動機.....	5
2.2 利他性遺產動機.....	6
2.3 家庭性遺產動機.....	7
2.4 策略性遺產動機.....	8
3. 模型分析.....	11
3.1 模型假設.....	11
3.2 基本模形分析.....	13
3.3 模型延伸.....	19
4. 結論.....	28
參考文獻.....	32

1. 序論

本章節將先就探討目前各界分別依據何種論點為基礎，來探討關於遺產稅的議題，且說明目前世界各國的遺產稅制的政策以及課徵遺產稅的方式，接下來說明遺產與社會公平性、家庭的財富和個人的決策彼此間有何關聯，最後說明研究目以及本文架構。

1.1 研究背景

在近幾年有關遺產稅存廢的爭議一直被廣為討論，贊成與反對的雙方各有其不同的論點。主張廢除或減少遺產稅的論點是依據租稅的效率性為論點的依據；主張保有遺產稅課徵的論點是依據租稅的公平性為論點的依據。(i) 主張廢除或降低遺產稅的論點：Cremer 和 Pestieau (2001)，其主要就以效率性來探討稅制。所謂的效率性，主要是指政府在租稅課徵上的效率性應以不干預市場價格機能，阻礙產業運作，避免扭曲市場的資源配置，即是市場上所強調的租稅中立 (tax neutrality)。課徵租稅除強調稅收必須滿足財政收入的需要外，更應有效率提供公共的財貨與勞務，並確保財貨勞務的品質及重視租稅課徵中的交易成本。強調若政府租稅課徵影響到民間的經濟發展的決策，導致民間企業需將調整其投資、生產與消費行為，而無法使資源作最有效率的運用，將造成資源效率的損失。在支持廢除或降低遺產稅的國家中，主要是為了租稅的效率性，並且希望藉由減稅政策吸引外國資金的流入，導致對於遺產稅有趨向下降或廢除的趨勢。例如美國在 2000 年 5 月參眾兩院通過遺產稅的改革法案，規定自 2000 年開始，逐年調降遺產稅制並提高免稅額，直到 2010 年完成全部廢除遺產稅。(ii) 主張保有遺產稅的論點：Pestieau 與 Posen (1979) 主要是以租稅的公平性來探討稅制，他們認為在多個資產與多種類型的稅的稅制下的確可以達到公平性的原則。而所謂的公平性，主要是指政府施政目標應以社會公平與正義為最終目標，避免財富過度集中於少數人身上，造成貧富差距過大社會不公的情況。在目前人保有遺產

稅的國家有日本、台灣…等，其中日本最高的遺產稅其最高稅率高達 70%，而台灣最高遺產稅率則是 50%。

儘管目前世界各國的對於遺產稅的課徵方式不同，但是我們可以發現到說，不論何種的遺產稅制類型，我們都可以視為政府對於父母進行家庭財富移轉時的一項課稅。各國對於遺產稅制依照課徵標、課徵對象的不同，各國的遺產稅制也有所不同。謝佳宏 (2004) 的研究整理中將目前世界各國對於遺產稅制的類型主要分為：(i) 分遺產稅制 (Inheritance-Type)：被繼承人所留遺產採取同比例的分配方式給繼承人，然後依照親等的不同採取不同稅率課徵，主要採用國家有法國、德國…等。(ii) 總遺產稅制 (Estate-Type)，不問繼承人之親等關係，就被繼承人之遺產總額採取累進稅率一次課徵，主要採用國家有美國、台灣…等。(iii) 總分遺產稅制 (Both Inheritance and Estate) 先對被繼承人之總遺產課徵遺產稅，待遺產分配後，再就各繼承人所分得的遺產多寡進行課稅，主要採行國家如義大利。

1.2 研究動機

在 Davies 與 Shorrocks (2000) 的研究指出，在工業國家最有錢的前 1% 的家庭，卻擁有社會財富 20-30% 的財富，說明了工業國家確實存在財產分配的不均勻，而藉由遺產的制度來達到親子間財富移轉往往是造成社會財富不公的主要原因。在 Kotlikoff (1988) 的研究指出，美國財富的累積有 5 分之 4 是來自於世代間的財富移轉，代表了遺產確實對於資本的累積占了相當大的影響，反觀我國近年來貧富差距的現象確實有逐年擴大的趨勢，在 2005 年我國所得差距倍數 7.45 倍¹，相較於 1996 年的 6.19 倍有的確明顯擴大的趨勢²，由於財富不均的情況，將對於社會產生不公平性的現象，且遺產可能造成此現象的主要的成

¹ 資料來源由中華民國行政院主計處「94 年家庭收支調查報告」。

² 此所得差距倍數是將全體家庭可支配所得，由小到大排列後所得高的前 20% 家庭與所得最低 20% 家庭比值，此比值越高表示分配越不平均。

因。且 Pestieau 與 Posen (1979) 認為為在多個資產與多種類型的稅的稅制下的確可以達到公平性的原則。由於遺產稅制以及遺產制度對於都具有所得重分配的效果，所以確實有必要對遺產制度與遺產稅率再加以探討。

然而根據在 2007 年市調公司尼爾森對全球 46 個地區、約 2 萬 5000 千名網友，進行「全球消費者報告」的網路問卷調查，其中消費者對「為子女留下遺產的態度和承擔程度」的調查結果顯示，全球平均 4 成的受訪者會把較多財產，留給生前對他們較好的子女，而台灣卻有高達 71% 的人會這麼做，中國大陸也有 67 %，比率遠高於全球 46 個受訪地區，分別名列冠、亞軍。而「把較多財產留給生前對他們較好的子女」此項行為，正好和策略性遺產動機的論點相符，在策略性遺產動機主要的論點是認為，世代之間財富的移轉是以下一代的表現為條件，老年人可藉此剝奪不孝順子女的繼承權，或是可以用遺產來獎勵孝順的小孩。而關於策略性遺產動機的文獻中，在策略遺產性的家庭中，對於父母的財富與子女的工資率為異質的情況和政府制定的遺產稅制的情況，對此並沒有加以探討。

1.3 研究目的

關於遺產動機的探討，主要是討論在遺產制度的影響下，依據父母留下遺產的動機不同，父母與子女間的決策行為將有何影響。因為子女必須犧牲工作時間來照顧父母，父母提供遺產作為報酬，但是目前關於策略性遺產動機下的研究中，只在子女們的工資率為同質的情況下討論，對於子女們面對不同工資率時，是否可能由於工資率的差異，對於照顧父母的行為也有所不同並未加以探討。且不論在何種的動機下父母留下遺產，政府皆可以透過課徵遺產稅對家庭所擁有的財富進行課稅對社會財富進行重分配，以避免財富過度集中於少數人身上，造成貧富差距過大社會不公的情況。而父母留下遺產後必須面臨到政府的課徵遺產稅，父母由於課遺產稅對於留下的遺產的行為將有何改變；且政府可以藉由稅收

進行財富的重分配，子女將可獲得政府的移轉補貼的情況下，子女對於父母的照顧水準將會有何影響。可是在目前的關於策略性遺產動機的探討中關於遺產稅的課徵並沒有加以討論，所以本文將探討家庭在策略性遺產動機下，子女的工資率為異質的且政府藉由課徵遺產稅來進行財富重分配的情況下，父母親會如何決定遺產的給予，以及子女們在不同的工資率下對於父母的照顧將有何影響。且在不同財富水準的家庭與子女的工資率為異質的情況下，不同家庭內父母所受到的照顧以及留下遺產的多寡彼此會如何地影響。.

1.4 本文架構

本文第 1 章將就研究背景與研究動機目的加以論述，第 2 章文獻回顧，探討不同動機下遺產對於家庭內成員有何影響。第 3 章中對模型的進行假設，以及分別探討在策略性動機下，遺產對於家庭內成員的影響以及不同的家庭在考慮遺產稅制家庭間的成員會如何相互影響。第 4 章就本文中的研究探討做出結論與研究限制與未來研究之方向。

2. 文獻回顧

本章節將探討留下遺產的動機，以及對於民眾的決策行為各有何不同的影響。以及遺產稅制對於經濟體系將有何影響，以下將就效率性 (efficiency) 與公平分配原則兩方面來探討。根據 Cremer 與 Pestieau (2003) 將留下遺產的動機大致分為 4 類：意外性的遺產 (accidental bequests)、利他性的遺產 (altruistic bequest)、家庭性的遺產 (paternalistic bequest)、策略性的遺產 (strategic bequests) 動機。我們以下將就這 4 個動機加以探討，以及說明為何會採用策略性遺產動機，作為本文探討的動機。

2.1 意外性遺產動機

根據 Modigliani 所提出的生命循環假說 (Life-cycle Hypothesis) 的觀點，民眾並非只是短視地依據目前的所得水準來決定目前的消費，民眾的消費行為是跨時的決策，其在終生 (lifetime) 預算限制下，追求終生效用極大，而消費者的跨時的消費選擇受到時間偏好率與實質利率的影響。在生命循環假說下特別強調，本期的所得並非只受本期的所得所影響，未來各期所得也能影響本期的消費，也就是說消費是具前瞻性 (forward looking) 的。然而根據生命循環假說的論點，在自己終身預算限制下，僅考量到自己的終生效用，並未討論到「遺留遺產的行為」。Davies (1981) 其認為意外性遺產動機指的是，消費者並沒有遺產的動機，但是個人有可能在生命週期內消費掉他所有的資產，但由於生命最後階段的終止存在著不確定性，他們在死亡的時候有可能還保有部份資產，因此留下了遺產。Able (1985) 其認為在生命循環假說的觀點裡，由於偶發性的意外，或人們無法如期的活到自己預期的壽命，所以才留下遺產，因此而留下遺產的動機，稱之為意外性的遺產。

綜合上述，由於意外性的遺產動機下，個人做決策時只考慮到自身的效用，所以父母做決策時並不會考慮到子女的工資率，而子女也不會考慮到父母親的財

富水準，遺產是由於意外的原因所留下的。

2.2 利他性遺產動機

然而除了偶發性的遺產動機外，仍有部分學者認為父母親是有目的的留下遺產，例如父母可能考慮到子女日後的效用水準，基於父母對於子女的關心因而留下遺產，在考量此類的動機下，經濟學家們發展了利他性動機模型來解釋此現象。

利他性動機模型主要是由 Barro (1974) 與 Becker (1974、1991) 所開始發展的，其建構出一個出一疊代模型 (overlapping-generation model) 來探討遺產的議題。簡言之，利他性遺產動機是指父母為了使他的家庭可以延續不斷的發展，將自己的一部份收入和財富留給下一代的經濟行為，父母留下遺產的動機是反映出對下一代福利水準的關心。Barro (1974) 提出的模型架構如下：假設在不同世代內，各有一個父母，與一個子女。父母除了考量自身的消費外，尚且考量到下一代的效用。亦即，其終身效用的考量除了本身跨期的消費外，也將下一代的效用納入考量，且將下一代子女的效用視為一般財 (normal good)。假設不論父母的效用函數或小孩的效用函數，均為具單調性的嚴格準凹函數 (strictly quasi-concave)，父母對於小孩子的效用是完全已知的，也就是將子女的偏好視為外生參數。整個經濟體系內只存在單一種財貨，並且只就一期做討論，彼此間沒有不確定性。在關於子女的效用函數部份，假設小孩只考慮到自己本身的消費，對子女而言消費越高其所獲得的效用也就越高，且父母親可以完全觀察到子女的收入，並且依據此決定該留下多少遺產，小孩子並無任何談判能力。在 Barro (1974) 的模型中，主要是在探討解釋在家庭內的個人如何決定其消費。Barro 認為遺產將取決於下一代的經濟狀況，當老年人較為富有時，那麼將會留下較多的遺產給下一代。

Cox (1987) 根據利他性遺產動機下，將父母的效用函數內加入了父母對於利他性偏好程度的探討，父母親在利他性極大化的考量下決定移轉的價值。其指出

財富的移轉為與利他性的偏好程度為正向關係，也就是說對於利他性偏好程度越高的父母親會留下越多的財產，但是父母親必須擁有較多的財富，此移轉的金額才會為正。如果在移轉金額為正的情況下，小孩子的消費將會是父母親消費的分數。

Pollak (2003) 依據 Becker (1991) 的論點，加以延伸探討，假設不管是父母親或是子女的收入是外生變數，且遺產的多寡是給定的。老年的消費等於老年收入減去遺產的移轉，小孩的消費等於小孩收入加遺產，且遺產必須大於等於零。其結果認為只要父母親的收入高於付出去的遺產，父母親消費的邊際效用等於小孩的邊際效用，將決定最適父母親留下的遺產。如果子女與父母的消費為一函數形式，子女消費時考量自身的收入與父母的收入；父母的消費函數亦包含自身的收入與小孩的收入。在此假設下，如果子女的消費函數是隨著收入而遞增，則隱含了父母的收入如果越高，則會留下越多的遺產；如果小孩的收入越高，則父母留下的遺產越少。Hurd 與 Smith (2002) 將小孩的數目放寬假設，其認為在利他性的動機下，老年人將會把最大的遺產留給最不富有的小孩。

關於利他性動機的討論 Bernheim 與 Stark (1988) 認為小孩並非是自私的仍然有可能會考量到父母的效用，也就是說子女與父母彼此都存在利他性的情況。於是對子女只考慮本身效用的假設放寬討論，不單只有父母將小孩的效用納入自身效用的考量，小孩也將父母親的效用納入自身效用考量。由於父母親可能由於外生的事件改變了父母對子女的利他性，所以將父母親利他性程度假設為遞增的情況，父母對子女利他性偏好程度如果越高，將會降低父母親與小孩的效用滿足程度。

綜合上述，在利他性遺產動機下，當父母較為富有時會留下較多的遺產給子女，對利他性偏好程度越高的父母留下的遺產也就越多，為了考慮到子女以後的效用水準，父母親會將較多的遺產分配給最不富有的子女。

2.3 家庭性遺產動機

不同於利他性遺產動機的考量，有部份學者認為，留下遺產的行為對父母而言可以產生正的效用，亦即父母將遺留財產的多寡納入本身的效用考量。例如，Andreoni (1990) 、 Glomm 與 Ravikumar (1992) ， Kotlikoff 與 Spivak (1981) ， Kleiber (2006) 他們均主張留下遺產的動機是，父母留下遺產給後代就直接獲得正的效用，這樣的遺產可視為最後一期的消費。與利他性動機遺產模型最大的不同處在於，其並非將子女的效用函數納入自身效用考量，而是其本身留下遺產即獲的效用上的滿足。

例如 Kleiber 在探討家庭性的遺產動機考慮下，考慮重疊世代與考慮異質的家計單位 (heterogeneous households) 的模型，在個人所得為異質的情況下，去探討「遺產」對於財富重分配上所造成的影響。其結果發現，不管政府有沒有課徵遺產稅，遺產的設置依然可以使社會更具公平性，即使在收入所得的考量後，遺產仍具有促進財富重分配的功能，且政府所課徵的遺產稅率越高留下的遺產也就越低。

2.4 策略性遺產動機

不同於其他遺產動機，策略性遺產動機主要是認為，世代之間財富的移轉是以下一代的表現為條件，也就是說父母用遺產來達到影響子女的行為。父母可藉此剝奪不孝順子女的繼承權，或是可以用遺產來獎勵孝順的子女。簡言之，父母藉由付出遺產支出購買小孩的服務。

此論點最早由 Bernheim et al. (1985) 提出，主張父母親藉由留下遺產作為得到小孩照顧的誘因。根據 Bernheim 對於策略性遺產的探討，他採用一個兩階段的賽局來探討，首先，父代選擇其消費水準與留下的遺產多寡，並根據每個子女不同的照顧水準給予不同比率的遺產，小孩如果付出越多的照顧，將得到越多的遺產，且每個子女的收入為外生變數，因為如果勞動供給是固定的，照顧父母只會減子女的非勞動時間，所以小孩的收入視為一外生變數。子女依據本身的遺產

分配的比率，每個子女決定最適的照顧水準（給予父母的照顧水準），並得到遺產。首先父母親先決定所遺留的總遺產，並且保證一定會遵守遺產分配的規則。此即表示父母親不會違背自己的承諾。因為根據 Bernheim (1985) 如果無此限制，父母親會有誘因不履行此遺產分配的規則，然後小孩”同時”決定照顧的水準。Bernheim et al. (1985) 認為小孩的平均照顧水準與父母親的財富存在著正向的關係，且父母可藉由遺產影響小孩的照顧行為，而越富有的父母可以得到越多的照顧。

Cremerm 與 Pestieau (1991) 其主要是依據 Bernheim (1985) 所提出的論點加以延伸探討，主要是探討父母所受到的照顧以及子女的人數的關係，所以假設市場上只存在一個家庭的情況下作討論，父母將小孩的照顧視為同質的商品，父母可藉由提供一單位照顧價格來購買子女的照顧，子女間面對的照顧價格是相同的。小孩得到遺產的水準與照顧水準是由父母與小孩間的非合作賽局而決定的，父母可以購買照顧而小孩提供照顧達到市場均衡。但關於父母的效用函數部分，Bernheim et al. 假設父母親有考慮到小孩的效用，將小孩的效用納入本身的效用內來考量，Cremerm 與 Pestieau 在父母的效用函數部分，並不考慮小孩的效用，只考慮本身所能得到的照顧水準與消費，將利他性 (altruism) 完全排除，也就是假設家庭內每一個參賽者均是自私的。Cremerm 與 Pestieau (1991) 認為父母可以先決定小孩的數目，並且假設父母只關心「總照顧水準」，並不考慮個別小孩的照顧的情況下，其結果證明如果父母只是關心本身的總照顧水準（並不考慮單一小孩的照顧），則父母會希望小孩數目越多越好。Victorio 與 Arnott (1993) 更進一步指出，子女預期的遺產多寡與子女提供照顧的價格會存在補償效果，也就是說，較高的遺產預期會導致小孩提供照顧的價格增加。

綜合上述，在策略性遺產動機下，父母的財富水準如果越高則子女對於父母會付出較多的照顧來獲得較多的遺產，且當子女如果預期父母留下的遺產較多時，子女提供照顧的價格將會增加。策略性遺產動機主要是強調藉由子女必須付出照顧才可以獲得遺產，相較於利他性動機與家庭性動機而言，策略性遺產動機

不僅強調父母留下遺產的的行為上，且考慮到子女爲了獲得遺產必須減少工作的機會成本去照顧父母，是屬於兩代間的互動的決策行爲，且根據問卷調查台灣有高達 71% 的人會把較多的遺產留給對他們比較照顧的子女，故本文採用策略性遺產動機來加以探討。



3. 模型分析

本文將依據 Bernheim et al. (1985) 與 Cremerm and Pestieau (1991) 的研究為基礎，探討家庭在策略性遺產動機下，子女的工資率為異質的且政府藉由課徵遺產稅來進行財富重分配的情況下，父母親會如何決定遺產的給予，以及子女們在不同的工資率下對於父母的照顧將有何影響。且在不同財富水準的家庭與子女的工資率為異質的情況下，不同家庭內父母所受到的照顧以及留下遺產的多寡彼此會如何地影響。

3.1 模型假設

首先，我們依循 Cremerm and Pestieau (1991) 於文中所做之假設，認為父母親只關心到自己的消費 c^p 以及照顧水準 a^p ，且父母親可以藉由獲得到照顧 a^p 、消費 c^p 得到正的邊際效用，所以我們可將父母的效用函數如下表示

$$u^p = u(c^p, a^p) \circ \quad (3.1.1)$$

在此，不同於 Cremerm and Pestieau (1991) 文中假設子女的工作能力是相同的，我們假設小孩間彼此的工作能力是不同的，且各自獲得不同的工資率。我們假設家庭內只存在三個成員，即一個父母與兩個子女³。根據 Cremerm and Pestieau (1991) 假設父母親得到的照顧只有來自他的子女，且父母獲得的照顧均視為是同質的，父母親可以藉由遺產用來購買子女的照顧。我們將子女 1 與子女 2 的照顧水準分別以 a_1 與 a_2 表示，所以父母親的照顧水準可以由下表示：

$$a^p = a_1 + a_2 \circ \quad (3.1.2)$$

根據 Cremerm 與 Pestieau 的模型中的假設，父母付出每單位照顧水準的價格 p ，來誘使子女願意犧牲時間來照顧父母，所以我們假設父母親起始的原賦 (initial endowment) 財富水準以 y^p 表示，只用於消費與留下的遺產，所以父母

³依據 Bernheim (1985) 在策略性遺產動機下，如果只有一個小孩的情況下，小孩並沒有誘因會去照顧父母，所以我們假設 1 個父母擁有 2 個小孩的家庭結構。

所面對的預算限制如下 (3.1.3) 表示：

$$y^p = c^p + pa^p \circ \quad (3.1.3)$$

子女的效用函數部分，由於我們主要是探討在子女中在彼此面對的工資率 w_i 不同時，彼此間爲了獲得遺產，將如何決定自己最適的照顧水準與工作時間。所以我們依照 Bernheim et al. (1985) 策略性遺產動機的定義，子女皆只考慮本身的消費 c_i 。因此，我們令子女的效用函數爲下 (3.1.4) 式表示，

$$U^i = U(c_i) \circ \quad (3.1.4)$$

每個子女均受限於時間限制式，與子女自己所面對的預算限制式下，在自身的效用極大考量下做決策。我們假設每個子女的原賦時間均相同爲 T ，其中包含了照顧父母 a_i 與勞動時間 e_i ，所以每個子女所面對的時間限制式如下 (3.1.5) 式表示：

$$T = e_i + a_i \circ \quad (3.1.5)$$

在子女的預算限制中，我們假設小孩將所有收入全部用於消費，且子女的收入來源包含勞動的薪資所得、照顧父母得到的遺產，與政府的財富移轉。我們假設遺產稅率 (τ) 其介於 0 至 1 之間並且不包含 1 的情況，所以可如下 (3.1.6) 式表示：

$$0 \leq \tau < 1 \circ \quad (3.1.6)$$

此時我們加入了政府依據單一遺產稅率課徵遺產稅，且政府的政策目標是爲了達到社會的公平性考量。爲了簡化模型我們假設政府將所有稅收收入平均的分給每個家庭的年輕世代，此種政府移轉亦可視爲政府的補貼，所以每個小孩所獲的補貼 g ，我們如下 (3.1.7) 式表示：

$$g = \frac{\tau \sum_{k=1}^n p_k a_k^p}{2n} \circ \quad (3.1.7)$$

所以子女 i 的所面對預算限制表示如下：

$$w_i e_i + (1 - \tau) p a_i + g = c_i, \quad i = 1, 2 \circ \quad (3.1.8)$$

其中小孩的工資率 w_i 為一個介於 0 到無窮大的隨機變數，且工資率大於 0，我們表示如下 (3.1.9) 式：

$$w_i \in [0, \infty) \circ \quad (3.1.9)$$

另外，我們根據 Cremer 與 Pestieau (1991) 文中的假設，假設子女與父母將所有的財富全部用於家庭的總消費。此時我們將兩個子女的工資收入納入考量，即家庭內成員均受限此家庭內收入與支出限制，我們如下 (3.1.10) 式表示：

$$c_1 + c_2 + c_p = y^p + w_1 e_1 + w_2 e_2 \circ \quad (3.1.10)$$

由於我們目的是在探討兩代間子女工資的異質時，對於父母留下遺產行為將有何影響，所以為了簡化模型，我們只就單一期來探討，並不考慮子女在年老時後的行為。

3.2 基本模型分析

本文將建構一個兩階段 (two-stage) 的賽局進行分析，且在此賽局中決策順序為下：第一階段為父母親在追求本身效用極大化的目標下，決定最適的消費與照顧水準，並且也決定了留下遺產的總額。在第二階段子女在既定的遺產總額下，追求自己效用的極大，並且決定最適的照顧水準與消費。

在此二階段賽局的設定下，假設子女 1、子女 2 與父母均是在一個充 (complete) 訊息下的賽局進行決策⁴。因此，我們可以採用倒解法 (backward induction) 以求得此一賽局的「子賽局完美均衡」。

我們先假設只有一個家庭的經濟體系的情況 ($n=1$)，將 (3.1.7) 式代入 (3.1.8) 式，所以可以得到子女的預算限制式如下 (3.2.1) 式

$$w_i e_i + (1-\tau) p a_i + \frac{\tau p (a_1 + a_2)}{2} = c_i \circ \quad (3.2.1)$$

將 (3.1.8) 小孩的預算限制式代入 (3.1.10) 式並加以整理，

⁴ 充分訊息表示每個參賽者均曉得賽局所有的基本元素 (參賽者、行動集合、報酬函數)。

$$(1-\tau)pa_1 + (1-\tau)pa_2 + \tau p(a_1 + a_2) = y^p - c^p \circ \quad (3.2.2)$$

所以由上 (3.2.2) 式可以得知子女照顧父母的價格 p 為：

$$p = \frac{y^p - c^p}{(a_1 + a_2)} \circ \quad (3.2.3)$$

此時我們採用倒解法，找出子女 1 的最適的照顧水準與消費，所以子女 1 的決策過程如下表示：

$$\max_{a_1} U^1(c_1), \quad (3.2.4)$$

$$s.t. w_1(T - a_1) + (1-\tau)pa_1 + \frac{\tau p(a_1 + a_2)}{2} = c_1 \circ \quad (3.2.5)$$

在不論子女 2 如何做決策，子女 1 均會選擇最適的照顧水準，即 $\frac{\partial U^1}{\partial a_1} = 0$ ，所以

利用偏微分求極大值為

$$-w_1 + (1-\tau)(y^p - c^p) \frac{a_2}{(a_1 + a_2)^2} = 0 \circ \quad (3.2.6)$$

同理，不論小孩 1 如何做決策，子女 2 均會選擇最適的照顧水準，即 $\frac{\partial U^2}{\partial a_2} = 0$ ，

所以利用偏微分求極大值為

$$-w_2 + (1-\tau)(y^p - c^p) \frac{a_1}{(a_1 + a_2)^2} = 0 \circ \quad (3.2.7)$$

由於子女 1、2 均會依據個自的反應函數做出決策，所以可以藉由求解聯立方程式，找出子女 1 與子女 2 的照顧水準

$$\begin{cases} w_1 a_1^2 + 2w_1 a_1 a_2 + w_1 a_2^2 - (1-\tau)(y^p - c^p) a_2 = 0 & (3.2.8) \\ w_2 a_1^2 + 2w_2 a_1 a_2 + w_2 a_2^2 - (1-\tau)(y^p - c^p) a_1 = 0 & (3.2.9) \end{cases}$$

所以可以找出子女 1 與子女 2 的最適照顧量，以 (3.2.10) 與 (3.2.11) 表示，

$$a_1 = \frac{(1-\tau)(y^p - c^p)}{w_2 \left(1 + \frac{w_1}{w_2}\right)^2}; \quad (3.2.10)$$

$$a_2 = \frac{(1-\tau)(y^p - c^p)}{w_1 \left(1 + \frac{w_2}{w_1}\right)}. \quad (3.2.11)$$

由上述 (3.2.10)、(3.2.11) 式我們可以得到，下列幾個命題。

命題一 兩個小孩照顧父母的比例為兩者間工資率比例的倒數。

[證明]：我們將個別小孩的照顧水準 (3.2.10) 與 (3.2.11) 式相除，即可以得知小孩子照顧的比例，

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{w_2}{w_1} \quad (3.2.12)$$

Q.E.D.

在命題一中，我們得到兩個小孩照顧父母的比例為兩者間工資率比例的倒數，此意含著兩個子女間因為照顧父母所損失工作的機會成本是相同的。在我們命題一中的結果，在策略性遺產動機的情況下，兩個小孩照顧父母的比例恰為兩者間工資率比例的倒數，此即意涵當工資率較高的子女將會較少照顧父母，由於家庭內的照顧價格是一致的，也就是說父母會把較多的遺產留給工作能力較低的子女。

命題二 當小子女的工資率如果上升時，其對父母的照顧水準將會下降。

[證明]：我們將子女 1、子女 2 的最適照顧水準 (3.2.10)、(3.2.12) 式，分別對於各自的工資率 w_1 、 w_2 做偏微分，所以可分別得到下列結果：

$$\frac{\partial a_1}{\partial w_1} = \frac{-2(1-\tau)(y^p - c^p) \left(1 + \frac{w_1}{w_2}\right)}{\left(w_2 + 2w_1 + \frac{w_1^2}{w_2}\right)^2} < 0 ; \quad (3.2.13)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial w_2} = \frac{-2(1-\tau)(y^p - c^p) \left(1 + \frac{w_2}{w_1}\right)}{\left(w_1 + 2w_2 + \frac{w_2^2}{w_1}\right)^2} < 0 。 \quad (3.2.14)$$

Q.E.D.

我們由 (3.2.13)、(3.2.14) 式可以觀察到，當子女的工資率上升時，會減少照顧父母的時間從事勞動，已達到自身效用的極大化。

命題三 在子女 1 的工資率大於子女 2 時，如果當子女 2 的工資率上升，子女 1 的照顧水準將會上升；但當子女 1 的工資率小於子女 2 的工資率時，如果子女 2 的工資率上升，子女 1 對於父母的照顧水準反而會降低。

[證明]：我們將子女 1 的最適照顧水準(3.2.10)式，分別對於子女 2 的工資率 w_2 做偏微分，所以

$$\frac{\partial a_1}{\partial w_2} = \frac{(1-\tau)(y^p - c^p) \left(\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 - 1 \right)}{\left(w_2 + 2w_1 + \frac{w_1^2}{w_2}\right)^2} \quad (3.2.15)$$

如果 $\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 > 1$ ，即表示 $w_1 > w_2$ ，則 $\frac{\partial a_1}{\partial w_2} > 0$ ；如果 $\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 < 1$ ，即表示 $w_1 < w_2$ ，

則 $\frac{\partial a_1}{\partial w_2} < 0$ 。 Q.E.D

子女 1 除了自己的工資率外，也會衡量自己的兄弟(姐妹)的工資率，只要自己的工資率大於自己的兄弟時，當自己的兄弟工資率上升時，自己的照顧水準將會上升，但是當自己的工資率小於自己的兄弟時，即使自己的兄弟工資率上升，

自己對於父母的照顧反而會下降。當自己的工資率小於自己的兄弟時，即使自己兄弟的工資率上升，導致家庭的照顧價格上升，自己可以藉由政府的移轉機制而獲得較高的收入，所以對於父母的照顧不增反減。

此時，我們依照依據 Kleiber (2006) 假設父母的效用函數為一 CES 固定替代彈性 (constant elasticity of substitution) 函數類型，由於我們目的在於得知父母親留下遺產與消費的型為關係，所以我們為了簡化模型，故也假設父母的效用函數為一 CES 的函數類型，所以依據 (3.1.1) 式我們可以改寫父母親的效用函數為 (3.2.16) 式，

$$U^P = U(c_p, a^p) = \alpha \ln c_p + (1-\alpha) \ln a^p \quad (3.2.16)$$

另外，我們將小孩的照顧代回父母親的函數。由上述 (3.2.10) 與 (3.2.11) 式相加，我們可以得 2 個子女的總照顧水準為下表示：

$$a_1 + a_2 = \frac{(1-\tau)(y^p - c^p)}{w_1 + w_2} \quad (3.2.16)$$

所以將兩個小孩的的照顧水準帶入 (3.2.3) 式，可以得到家庭的照顧價格 (3.2.1) 式表示：

$$p = \frac{w_1 + w_2}{1-\tau} \quad (3.2.17)$$

由於父母親受限於其預算限制下與照顧價格下做選擇，所以父母所面對的限制條件如下表示：

$$y^p = c^p + pa^p \quad ; \quad (3.2.18)$$

$$p = \frac{w_1 + w_2}{1-\tau} \quad (3.2.19)$$

此時我們可依照上述 (3.2.16)、(3.2.18)、(3.2.19) 式，設一拉式函數，找出父母最適的消費與照顧水準，

$$L = \alpha \ln c_p + (1-\alpha) \ln a^p + \lambda \left(y^p - c^p + \frac{w_1 + w_2}{1-\tau} a^p \right) \quad (3.2.20)$$

根據一階條件求解最適的消費與照顧水準，所以

$$\frac{\partial L}{\partial c_p} = 0 ; \quad \text{所以 } c_p = \frac{\alpha}{\lambda} \text{。} \quad (3.2.21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial a^p} = 0 ; \quad \text{所以 } a^p = \frac{(1-\alpha)(1-\tau)}{(w_1 + w_2)\lambda} \text{。} \quad (3.2.22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 ; \quad \text{所以 } y^p - c^p + \frac{w_1 + w_2}{1-\tau} a^p = 0 \text{。} \quad (3.2.23)$$

依照 (3.2.21)、(3.2.22)、與 (3.2.23) 式解聯立方程式，即可以找出拉氏乘數 λ ，

$$\lambda = \frac{1}{y^p} \text{。} \quad (3.2.24)$$

將 (3.2.24) 帶回 (3.2.21) 與 (3.2.22) 式，所以可以分別得到父母最適的消費與被照顧水準為 (3.2.24)、(3.2.25) 式：

$$c_p = \alpha y^p ; \quad (3.2.24)$$

$$a^p = \frac{(1-\alpha)(1-\tau) y^p}{w_1 + w_2} \text{。} \quad (3.2.25)$$

由於，父母的照顧只有來自於子女，所以將上式 (3.2.25) 帶入 (3.2.3)，可以得到

$$p = \frac{(y^p - c^p)(w_1 + w_2)}{(1-\tau)(1-\alpha) y^p} \text{。} \quad (3.2.26)$$

由上述我們可以得到，下列幾個命題。

命題四 當子女的工資率越高，父母親所受到的照顧將越低；且子女的工資越高，照顧的價格將會越高。

[證明]：我們將上述 (3.2.25)、(3.2.26) 式分別對小孩 1 的工資率做偏為分，所以可以得到：

$$\frac{\partial a^p}{\partial w_1} = \frac{-(1-\alpha)(1-\tau) y^p}{(w_1 + w_2)^2} < 0 ; \quad (3.2.27)$$

$$\frac{\partial p}{\partial w_1} = \frac{(y^p - c^p)}{(1-\tau)(1-\alpha)y^p} > 0。 \quad (3.2.28)$$

Q.E.D.

由命題四發現到，當子女的工資率越高，父母親所受到的照顧將越低；且子女的工資越高，照顧的價格將會越高。此經濟意義表示了，當子女的工資率越高，父母必須付出較高的單位照顧價格，來彌補子女因為照顧父母所損失的機會成本，否則子女會因為工資率較高而選擇去工作，以致疏於對於父母的照顧。綜合上述，我們完成此命題。

命題五 當父母的財富水準越高，父母親所付出的照顧價格將會越高；另外當父母的財富水準越高，父母親所受到的照顧將會越高。

[證明]：我們將上述 (3.2.25)、(3.2.26) 式對父母親的原始財富水準做偏為分，可以得到：

$$\frac{\partial p}{\partial y^p} = \frac{(w_1 + w_2)c^p}{(1-\tau)(1-\alpha)(y^p)^2} > 0； \quad (3.2.29)$$

$$\frac{\partial a^p}{\partial y^p} = \frac{(1-\alpha)(1-\tau)}{w_1 + w_2} > 0。 \quad (3.2.30)$$

Q.E.D.

在命題五我們可以藉由 (3.2.29)、(3.2.30) 式得到，由於父母的財富水準如果越高，子女們預期可以得到較多的遺產所以會提高照顧。另一方面當父母的財富較高時，父母會越願意提高較高的照顧價格來使子女願意提供照顧。這是由於越有錢的父母，所留下的遺產總額越高，支付出的單位照價格會較高，導致子女會提高照顧父母的時間。

3.3 模型延伸

此時我們假設社會上共有 n 個家庭，第 k 個家庭中，父母親的起始財富

水準以 y_k^p 表示，且 y_k^p 為一個介於 0 到無窮大的隨機變數，如下表示：

$$y_k^p \in [0, \infty) \circ \quad (3.3.1)$$

我們仍然依照 Bernheim et al. (1985) 策略性遺產動機的定義，假設每個子女只考慮本身的消費 c_{ik} ，我們令子女的效用函數為，由於我們假定家庭內只有 2 個子女，所以子女 1 與子女 2 的效用分別表示為：

$$u_{1k} = u(c_{1k}) ; \quad (3.3.2)$$

$$u_{2k} = u(c_{2k}) \circ \quad (3.3.3)$$

此時我們加入了政府課徵遺產稅率 (τ)，並且將所收到的總稅收平均的分給每個子女 (g) 的假設，所以政府移轉的補貼表示如下：

$$g = \frac{1}{2n} \tau \left[\sum_{k=1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right] \circ \quad (3.3.4)$$

在 n 個家庭的經濟體系內，我們可以根據上述 (3.1.8) 式修改子女的預算限制式，所以在第 k^* 個家庭中子女 1 與子女 2 的預算限制式改寫如下：

$$w_{ik^*} e_{ik^*} + (1-\tau) p a_{ik^*} + \frac{1}{2n} \tau \left[\sum_{k=1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right] = c_{ik^*} \circ \quad (3.3.5)$$

我們假設子女的工資率 w_{ik} 為一個介於 0 到無窮大的隨機變數，表示如下：

$$w_{ik} \in [0, \infty) \circ \quad (3.3.6)$$

所以在第 k^* 個家庭，依據上述 (3.3.5) 式，並將在第 k^* 個家庭兩個小孩的預算限制式帶入，所以

$$\begin{aligned} & p_{k^*} (a_{1k^*} + a_{2k^*}) \left(1 - \tau + \frac{\tau}{n} \right) + \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) + \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \\ & = y_{k^*}^p - c_{k^*}^p \circ \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

所以由上式可以得知在第 k^* 個家庭中小孩照顧父母的價格 p_{k^*} 為：

$$p_k^* = \frac{y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k})}{(a_{1k^*} + a_{2k^*}) \left(1 - \tau + \frac{\tau}{n}\right)} \quad (3.3.8)$$

此時我們採用倒解法，找出在第 k^* 家庭內子女 1 的最適的照顧水準與消費，所以子女 1 的決策過程如下表示：

$$\max_{a_{1k^*}} U^{1k^*} (c_{1k^*}) \quad (3.3.9)$$

$$w_{1k^*} e_{1k^*} + (1-\tau) p a_{1k^*} + \frac{1}{2n} \tau \left[\sum_{k=1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right] = c_{1k^*} \quad (3.3.10)$$

$$s.t. \quad p_k^* = \frac{y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k})}{(a_{1k^*} + a_{2k^*}) \left(1 - \tau + \frac{\tau}{n}\right)} \quad (3.3.11)$$

在不論其他對手如何做決策，小孩 1 均選擇最適的照顧水準，即 $\frac{\partial U^{1k^*}}{\partial a_{1k^*}} = 0$ ，所以

以利用偏微分求極大值為：

$$-w_{1k^*} + \frac{(1-\tau) \left(y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right) a_{2k^*}}{\left(1 - \tau + \frac{\tau}{n}\right) (a_{1k^*} + a_{2k^*})^2} = 0 \quad (3.3.12)$$

同理，不論對手如何做決策，小孩 2 均會選擇最適的照顧水準，即 $\frac{\partial U^{2k^*}}{\partial a_{2k^*}} = 0$ ，

所以利用偏微分求極大值為：

$$-w_{2k^*} + \frac{(1-\tau) \left(y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right) a_{1k^*}}{\left(1 - \tau + \frac{\tau}{n}\right) (a_{1k^*} + a_{2k^*})^2} = 0 \quad (3.3.13)$$

將上述 (3.3.12) 與 (3.3.13) 求解聯立方程式，所以可以得知子女 1 與子女 2 的照顧水準，如下表示：

$$a_{1k^*} = \frac{(1-\tau) \left(y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right)}{w_{2k^*} \left(1 - \tau + \frac{\tau}{n} \right) \left(1 + \frac{w_{1k^*}}{w_{2k^*}} \right)^2}; \quad (3.3.14)$$

$$a_{2k^*} = \frac{(1-\tau) \left(y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right)}{w_{1k^*} \left(1 - \tau + \frac{\tau}{n} \right) \left(1 + \frac{w_{2k^*}}{w_{1k^*}} \right)^2}。 \quad (3.3.15)$$

由上述 (3.3.14) 與 (3.3.15) 式，我們可以得知 2 個子女的總照顧水準為：

$$a_{1k^*} + a_{2k^*} = \frac{(1-\tau) \left(y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right)}{\left(1 - \tau + \frac{\tau}{n} \right) (w_{1k^*} + w_{2k^*})}。 \quad (3.3.16)$$

將上述 (3.3.16) 式帶回 (3.3.7)，可以得到在第 k^* 家庭內的照顧的單位價格，

$$p_{k^*} = \frac{w_{1k^*} + w_{2k^*}}{1 - \tau}。 \quad (3.3.17)$$

我們仍然假設父母親的效用函數為：

$$U^P = U(c_{k^*}^p, a_{k^*}^p) = \alpha \ln c_{k^*}^p + (1 - \alpha) \ln a_{k^*}^p。 \quad (3.3.18)$$

父母親受限於其預算限制下與照顧價格下做選擇，如下表示：

$$y_{k^*}^p = c_{k^*}^p + p_{k^*} a_{k^*}^p; \quad (3.3.19)$$

$$p_{k^*} = \frac{w_{1k^*} + w_{2k^*}}{1 - \tau}。 \quad (3.3.20)$$

此時我們可依照上述 (3.3.18)、(3.3.19)、(3.3.20) 式，設一拉式函數，找出父母最適的消費與照顧水準，所以

$$L = \alpha \ln c_p + (1 - \alpha) \ln a^p + \lambda \left(y^p - c^p - \frac{w_1 + w_2}{1 - \tau} a^p \right)。$$

可以找出拉氏乘數 λ ：

$$\lambda = \frac{1}{y^p} \circ \quad (3.3.21)$$

所以父母最適的消費與被照顧水準為

$$c_{k^*}^p = \alpha y_{k^*}^p ; \quad (3.3.22)$$

$$a_{k^*}^p = \frac{(1-\alpha)(1-\tau)y_{k^*}^p}{w_{1k^*} + w_{2k^*}} \circ \quad (3.3.23)$$

命題六 當其他的家庭的照顧價格上升時，第 k^* 家庭內的單位照顧價格也會上升；且當其他的家庭的照顧水準上升時，第 k^* 家庭內的單位照顧價格也會上升。

[證明]：由於 $a_1 + a_2 = a^p$ ，所以 (3.3.23) 會等於 (3.3.16)，將其如下表示：

$$\begin{aligned} & \frac{(1-\alpha)(1-\tau)y_{k^*}^p}{w_{1k^*} + w_{2k^*}} \\ &= \frac{(1-\tau) \left(y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k=1}^{k^*-1} p_k (a_{1k} + a_{2k}) - \frac{\tau}{n} \sum_{k=k^*+1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k}) \right)}{\left(1-\tau + \frac{\tau}{n} \right) (w_{1k^*} + w_{2k^*})} \end{aligned} \quad (3.3.24)$$

所以經過化簡，且由於

$$(1-\alpha)y_{k^*}^p = p_{k^*} (a_{1k^*} + a_{2k^*}) , \quad (3.3.25)$$

所以

$$p_{k^*} (a_{1k^*} + a_{2k^*}) = \frac{\sum_{k=1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k})}{n-1} \circ \quad (3.3.26)$$

我們將上述 (3.3.26)、對別的家庭的照顧價格 (p_k) 做偏微分，所以可以得到

$$\frac{\partial p_{k^*}}{\partial p_k} = \frac{(a_{1k} + a_{2k})}{(n-1)(a_{1k^*} + a_{2k^*})} > 0 \circ \quad (3.3.27)$$

我們將上述 (3.3.26)、對別的家庭的總照顧 (a_k^p) 做偏為分，所以可以得到

$$\frac{\partial p_{k^*}}{\partial a_k^p} = \frac{p_k}{(n-1)(a_{1k^*} + a_{2k^*})} > 0 \quad (3.3.28)$$

Q.E.D.

在命題六中，由於當其他的家庭的父母所受到的照顧量增加或是價格上升時表示其他家庭的遺產也會跟增加，因為政府移轉的機制，所以自己家庭的也必須提高照顧的價格或是藉由照顧量的增加來提高遺產的總額來誘使子女提供照顧。

命題七 當其他家庭的子女工資率上升時，第 k^* 家庭內的總照顧水準也會上升；且當其他家庭的子女工資率上升時，第 k^* 家庭內的單位照顧價格也會上升。

[證明]：由於 (3.3.20) 式，在每個家庭的照顧價格為 $p_{k^*} = \frac{w_{1k^*} + w_{2k^*}}{1-\tau}$ ，且

$a_1 + a_2 = a^p$ ，將其帶回 (3.3.26) 式，

$$p_{k^*} a_{k^*}^p = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{w_{1k} + w_{2k}}{1-\tau} (a_{1k} + a_{2k})}{n-1} \quad (3.3.29)$$

我們將上述 (3.3.29)、對別的家庭的子女所面對的工資率做偏微分，所以可以得到

$$\frac{\partial a_{k^*}^p}{\partial w_{1k}} = \frac{(a_{1k} + a_{2k})}{(n-1)(1-\tau)p_{k^*}} > 0 \quad (3.3.30)$$

$$\frac{\partial p_{k^*}}{\partial w_{1k}} = \frac{(a_{1k} + a_{2k})}{(n-1)(1-\tau)a_{k^*}^p} > 0 \quad (3.3.31)$$

在命題七中，當其他的家庭的子女工資率上升，導致於別的家庭的照顧價格會上升，所以自己家庭子女所得到的政府移轉也會增加，所以自己家庭的父母必須提高照顧量或是價格來又使自己子女的照顧。

命題八 當其他的家庭中父母的原賦財產上升時，在第 k^* 家庭所遺留下來遺產

也會愈高。

[證明]：由於 (3.3.25) 式，所以 (3.3.26) 可以改寫如下：

$$p_{k^*} a_{k^*}^p = \frac{(1-\alpha) \sum_{k=1}^n y_k^p}{n-1} \quad (3.3.32)$$

我們將上述 (3.3.32) 父母親所留下的遺產，令

$$p_{k^*} a_{k^*}^p = B_{k^*} \quad (3.3.33)$$

我們將上述 (3.3.32) 父母親所留下的遺產、對別的家庭的父母的原賦財富做偏為分，所以可以得到

$$\frac{\partial B}{\partial y_k^p} = \frac{(1-\alpha)}{n-1} > 0 \quad (3.3.34)$$

Q.E.D.

由於我們欲探討不同家庭的財富水準是否會對家庭所留下的遺產產生影響，我們在命題八中得到，別的家庭的財富提升，導致自己必須提高自己的遺產，否則子女會預想政府的補貼將不會照顧。

命題九 當別的家庭的小孩如果工資率上升時，在第 k^* 家庭的子女對於父母的照顧將會增加。

[證明]：由於 (3.3.14) 式，我們可以得知子女 1 的照顧水準，且我們由 (3.3.20) 可以得知每個庭的照顧價格，將 (3.3.20) 帶回 (3.3.14) 式，所以可以將 (3.3.14) 改寫如下

$$a_{1k^*} = \frac{(1-\tau) \left(y_{k^*}^p - c_{k^*}^p - \frac{\tau}{n} \sum_{k \neq k^*}^n \left(\frac{w_{1k} + w_{2k}}{1-\tau} \right) (a_{1k} + a_{2k}) \right)}{w_{2k^*} \left(1-\tau + \frac{\tau}{n} \right) \left(1 + \frac{w_{1k^*}}{w_{2k^*}} \right)^2} \quad (3.3.35)$$

將上式 (3.3.35) 對別的家庭的子女的工資率做偏微分，所以可以得到

$$\frac{\partial a_{1k^*}}{\partial w_{1k^*}} = \frac{\frac{\tau}{n}(a_{1k} + a_{2k})}{\left(w_{2k^*} \left(1 - \tau + \frac{\tau}{n} \right) \left(1 + \frac{w_{1k^*}}{w_{2k^*}} \right)^2 \right)^2} > 0 \quad (3.3.36)$$

我們在命題九希望觀察不同家庭的子女，會因為彼此工資率的變動彼此如何的影響，我們由此觀察到，當別的家庭的子女如果工資率上升，自己家的子女會預料到政府的補貼會因此減少，所以會提高自己的照顧量。

命題十 如果政府所制定的遺產稅率越高，在策略性遺產動機下的家庭，父母所受到的照顧將會越低；且當政府遺產稅率越高，父母所面對到的照顧價格將也會增加。

[證明]：我們將 (3.3.23) 父母所得到的照顧，對政府的遺產稅率做偏微分，所以可以得到下式：

$$\frac{\partial a_k^p}{\partial \tau} = \frac{-(1-\alpha)y_k^p}{w_{1k^*} + w_{2k^*}} < 0 \quad (3.3.37)$$

我們將 (3.3.20) 父母所面對的照顧價格，對政府的遺產稅率做偏微分，所以可以得到下式：

$$\frac{\partial p_k^*}{\partial \tau} = \frac{(w_{1k^*} + w_{2k^*})}{(1-\tau)^2} > 0 \quad (3.3.38)$$

Q.E.D.

我們欲得知政府稅率如何對家庭照顧量與照顧價格產生影響，我們在命題十可以觀察到，當政府稅率提高，會導致子女直接由父母所獲得的遺產較少，子女因此會選擇較多勞動獲得勞動收入，而父母必須提高價格才可以使子女願意照顧。

命題十一 當社會上的家庭數目越多時，小孩的照顧水準反而會降低，但是每個家庭內所面對到的照顧價格，並不會受到社會上家庭數目的影響。

[證明]：我們將 (3.3.14) 在第 k^* 家庭的子女 1 的照顧水準，對社會上的家庭數目 n 做偏微分，所以可以得到下式：

$$\frac{\partial a_{1k^*}}{\partial n} = \frac{-\sum_{k=1}^n p_k (a_{1k} + a_{2k})}{w_{2k^*} \left(1 + \frac{w_{1k^*}}{w_{2k^*}}\right)^2 \left(1 - \tau + \frac{\tau}{n}\right)^2} < 0, \quad (3.3.39)$$

我們將 (3.3.17) 個別家庭所面對照顧價格，對社會上的家庭數目 n 做偏微分，我們可以得到下式：

$$\frac{\partial p_{k^*}}{\partial n} = 0. \quad (3.3.40)$$

Q.E.D.

由於我們欲探討經濟體系內如果家庭數越多對於家庭內成員會有何影響，在命題十一我們可以得到，因為家庭的照顧價格是由於家庭內成員決定的，所以當家庭數目越多子女會認為若不照顧父母，依然可以由政府的移轉機制獲得補貼。

4. 結論

近年各國政府關於遺產稅率政策儘管爭議不斷，主要政策論點分別就效率性與公平分配原則兩方面來探討，綜觀目前各國的遺產稅制雖不盡相同，但我們均可以將其視為小孩收到遺產轉移前的一項課稅。由於每個家庭的父母對於留下遺產的動機可能不盡相同，但是，我們觀察到根據市調公司提供的數據顯示，有高達 71% 的台灣民眾是較為傾向策略性遺產動機。且在目前關於策略性遺產動機下的研究中，只在子女們的工資率為同質的情況下討論，對於子女們面對不同工資率時，是否可能由於工資率的差異，對於照顧父母的行為也有所不同並未加以探討。且不論在何種的動機下父母留下遺產，政府皆可以透過課徵遺產稅對家庭所擁有的財富進行課稅對社會財富進行重分配，以避免財富過度集中於少數人身上，造成貧富差距過大社會不公的情況。然而父母留下遺產後必須面臨到政府的課徵遺產稅，父母由於課遺產稅對於留下的遺產的行為將有何改變；且政府可以藉由稅收進行財富的重分配，子女將可獲得政府的移轉補貼的情況下，子女對於父母的照顧水準將會有何影響。可是在目前的關於策略性遺產動機的探討中關於遺產稅的課徵並沒有加以討論，所以本文將探討家庭在策略性遺產動機下，子女的工資率為異質的且政府藉由課徵遺產稅來進行財富重分配的情況下，父母親會如何決定遺產的給予，以及子女們在不同的工資率下對於父母的照顧將有何影響。且在不同財富水準的家庭與子女的工資率為異質的情況下，不同家庭內父母所受到的照顧以及留下遺產的多寡彼此會如何地影響。本文主要依循 Bernheim et al. (1985) 與 Cremerm and Pestieau (1991) 對於策略性遺產動機的模型假設，並在子女間的收入上除了遺產所得外另外加入子女間的工資率為隨機變數下的工資所得，且納入政府課徵遺產稅率的考量下的探討。

Hurd 與 Smith (2002) 其認為在利他性的動機下，老年人將會把最大的遺產留給最不富有的小孩。在我們命題一中的結果，在策略性遺產動機的情況下，兩個小孩照顧父母的比例恰為兩者間工資率比例的倒數，此即意涵當工資率較高的

子女將會較少照顧父母，由於家庭內的照顧價格是一致的，也就是說父母會把較多的遺產留給工作能力較低的子女。此與利他性遺產動機的父母不同的是在於，在他性遺產動機下的父母因為基於對於子女效用函數的考量，所以留下最多的遺產最不富有的子女，但是在策略性遺產動機下，由於工資率較低的子女會希望多照顧父母來獲得較多的遺產，相對於工資率高的子女會選擇多增加勞動賺取勞動所得。

在綜合命題二與命題三中，我們發現子女本身會依照自己的工資率衡量照顧水準外，當子女的工資率如果上升時，其對父母的照顧水準將會下降。但是除了自己的工資率外，也會衡量自己的兄弟(姐妹)的工資率，只要自己的工資率大於自己的兄弟時，當自己的兄弟工資率上升時，自己的照顧水準將會上升，但是當自己的工資率小於自己的兄弟時，即使自己的兄弟工資率上升，自己對於父母的照顧反而會下降。當自己的工資率小於自己的兄弟時，即使自己兄弟的工資率上升，導致家庭的照顧價格上升，自己可以藉由政府的移轉機制而獲得較高的收入，所以對於父母的照顧不增反減。

在父母對子女的關係中，我們可以由命題四發現到，當小孩的工資率越高，父母親所受到的照顧將越低；且小孩的工資越高，照顧的價格將會越高。此經濟意義表示了，當小孩的工資率越高，父母必須付出較高的單位照顧價格，來彌補子女因為照顧父母所損失的機會成本，否則小孩會因為工資率較高而選擇去工作，以致於輸於對於父母的照顧。本文在命題五發現到，當父母的財富水準越高，父母親所受到的照顧將會越高，此與 Bernheim et al. (1985) 小孩的照顧水準與父母親的財富存在著正向的關係與本文是相符合的。

本文將模型改為在整個社會的觀點來看時，發現到當別的家庭的小孩如果工資率上升時，在自己的子女對於父母的照顧將會增加。這是由於我們在命題六中發現，當其他的家庭的父母所受到的照顧量增加或是價格上升時表示其他家庭的遺產也會跟增加，因為政府移轉的機制，所以自己家庭的也必須提高照顧的價格或是藉由照顧量的增加來提高遺產的總額來誘使子女提供照顧。而且命題七中當

別的小孩的工資率如果上升時，自己家庭內的小孩會預期到將可以獲得更多的政府移轉補貼，所以會提供較多的照顧。當其他的家庭中父母的原賦財產上升時，我們由命題八證實，自己家庭所遺留下來遺產也會愈高，這是由於當父母親觀察到別的家庭留下了遺產較多時，爲了希望獲得小孩的照顧，所以也必須留下較多的遺產來誘使子女提供照顧，不然子女會因爲可以藉由別的家庭留下更多的遺產在經過政府的移轉後，獲的更高的收入而減少對父母的照顧。我們在命題九希望觀察不同家庭的子女，會因爲彼此工資率的變動彼此如何的影響，我們由此觀察到，當別的家庭的子女如果工資率上升，自己家的子女會預料到政府的補貼會因此減少，所以會提高自己的照顧量。

我們在命題十發現，如果在策略性遺產動機的經濟體系下，政府的遺產稅率如果制定的過高，會導致子女實質由父母所獲的遺產會降低，進而導致子女容易對父母疏於照顧，由於遺產稅率的較高父母所必須付出去的價格也必須提高，來誘使子女提供照顧。且命題十一指出，當社會上的家庭數目越多時，小孩的照顧水準反而會降低，這是由於政府在收到遺產稅收入後會進行重分配的機制，會導致小孩容易預期可以藉此獲得較多的政府移轉收入，而花較多的時間去賺取勞動所得。

綜合上述，我們可以由個別家庭中的探討中發現，子女在決定對父母的照顧時考慮會依據自己的工資和自己兄弟的工資爲決策的依據，且在父母的財富越高時越是可以得到越高的照顧。而在整個社會的觀點來看時，由於政府的移轉機制，只要其他家庭的遺產不管是因爲子女的工資上漲或是其他家庭父母的財富水準越高，自己家庭的遺產勢必提高，否則小孩將對父母疏於照顧。不論單一個家庭或整個社會來看，在策略性遺產動機下均說明了寒門無孝子的家庭現象，而政府如果希望老年人可以得到較妥善的照顧，可以藉由降低遺產稅將會促使小孩照顧父母的意願。

由於本文對於假設父母的照顧來源只來自子女對父母的照顧時間，對於子女照的照顧的品質並沒有考慮，只單就小孩照顧的時間來衡量是否較爲孝順，這是

本文研究上時對解釋實際現象仍有不盡甚至扭曲之可能。本文後續之研究方向，除了可修正模型並搭配應有之實證分析外，亦可探討子女的照顧品質來探討策略性遺產動機。且可以納入看護照顧的市場，探討如果父母的照顧並不單只來自於子女，而可以藉由看護市場獲得其他來源的照顧，日後可將此運用到探討在策略性遺產動機下，看護市場對於家庭成員間決策的影響。

參考文獻

1. 中文部份

謝佳宏，2004，我國遺產及贈與稅法變革之政經研究，成功大學政治經濟研究所碩士論文。

2. 英文部分

Abel, A.B. (1985), "Precautionary Saving and Accidental Bequests," *American Economic Review*, Vol. 75, pp. 777-791.

Andreoni, J. (1990), "Impure Altruism and Donations to Public Goods: A Theory of Warm-Glow Giving?," *Economic Journal*, Vol.100, pp. 467-77.

Barro, R. (1974), "Are Government bonds Net Wealth?," *Journal of Political Economy*, Vol. 82, pp. 1095-117.

Becker, G.S. (1974), "A Theory of Social Interactions," *Journal of political Economy*, Vol.82, pp. 1063-93.

Becker, G.S. (1991), "A Treatise on The Family" (Harvard University Press, Cambridge).

Bernheim, B.D., A. Shleifer and L.H. Summers (1985), "The Strategic Bequest Motive," *Journal of Political Economy*, Vol. 93, pp. 1045-76.

Bernheim, B.D. and O. Stark (1988), "Altruism within the Family Reconsidered: Do nice guys finish last," *American Economic Review*, Vol.78, pp.1034-45.

Charles, K. K. and E. Hurst (2003), "The Correlation of Wealth across Generations," *Journal of Political Economy*, Vol. 111, pp. 1155-82.

Cremer, H. and P. Pestieau (1991), "Bequest, Filial Attention and Fertility," *Economica*, Vol. 58, pp. 359-75.

Cremer, H. and P. Pestieau (2001), "Direct Versus Indirect Taxation: The Design of Tax Structure Revisited," *International Economic Review*, Vol.42, pp.781-99.

Cremer, H. and P. Pestieau (2003), "Wealth Transfer Taxation: A Survey," *CESifo*

Working Paper Series, 1064.

Cox, D. (1987), "Motive for Private Income Transfers," *Journal of Political Economy*, Vol.95, pp. 508-46.

Davies, J.B. (1981), "Uncertain Lifetime, Consumption and Dissaving in Retirement," *Journal of Political Economy*, Vol. 89, pp.561-77.

Davies, J.B. and A. F. Shorrocks (2000), "The Distribution of Wealth," In A. B. Atkinson and F. Bourguignon, eds., *Handbook of Income Distribution*, pp. 605-75.

Glomm, G. and R. Ravikumar (1992), "Public Versus Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality," *Journal of Political Economy*, Vol. 100, pp. 818-34.

Hurd, M.D (1987), "Saving of Elderly and Desired Bequests," *American Economic Review*, Vol.77, pp.298-312.

Kleiber, C. M. Sexauer, and K Waelde, (2006), "Bequests, Taxation and the Distribution of Wealth in a General Equilibrium Model," *CESifo Working Paper*, No.1723.

Kotlikoff, L.J. and Spivak, A. (1981), "The Family as an Incomplete Annuities Market," *Journal of Political Economy*, Vol. 89, pp. 372-91.

Kotlikoff, L.J (1988), "Intergenerational Transfer and Saving" *Journal of Economic Perspectives*, pp. 41-58.

Pestieau, P. and Posen, U.M.(1979), "A Model of Wealth Distribution," *Econometrica* Vol.47, pp. 767-72.

Pollak, R.A. (1985) ,"A Transaction cost Approach to Families and Households," *Journal of Economic Literature*, Vol. 23, pp. 581-608.

Victorio, A.G. and R.J. Arnott (1993), "Wealth, Bequests and Attention," *Economics Letters*, Vol.42, pp. 149-54.