具不完美品質生產之買賣雙方非合作下之最適存貨模式

An Optimal Policy for a Single-vender Single-buyer Non-cooperative Production-inventory Model with Process Unreliability Consideration

蔡登茂[1] 王俊凱[2]

摘要

在供應鏈關係中買賣雙方之間的存貨問題是相當重要的，傳統的買賣雙方整合存貨大多以聯合的觀點進行探討。但在現實的狀況中買賣雙方可能是以領導及跟隨的非合作關係存在。因此，本研究在非合作的情境下以賽局理論進行買賣雙方之存貨問題探討，並引用 Stacklberg 的競爭策略建構最適切的買方運送批量、賣方運送次數及折扣價格的決策模式。本研究假設賣方的生產系統為一個不完美生產的狀況，依此進行數學模式之推導，探討當賣方為領導者、買方為跟隨者時的最適決策方法。最後，本研究也以範例進行相關數值說明，並進行參數的敏感度分析。

關鍵字：存貨、非合作、價格折扣、不完美品質

Abstract

In supply chain environment, the inventory problem is an important issue between the vender and the buyer. In most of the literature dealing with vendor-buyer inventory problems are focus on the cooperation and the joint inventory models. However, in many practical situations, the relationship between vendor and buyer might be the leader and the follower. In Game Theory, this relationship is called as non-cooperative situation. This study quotes Stacklberg competition strategic in this non-cooperative situation and develops a model to determine the optimal size of each shipment from the vendor to the buyer, the total number of shipments per lot from the vendor to the buyer, and the optimal product price. In this study, the vendor production process is assumed to deteriorate during processing and produce a certain number of defective items. Then, a mathematical model is derived and a solution procedure is established to find out the best solution when the vendor is a leader and the buyer is a follower. Finally, a numerical example is given to illustrate the developed model. Sensitivity analysis is also performed and discussed.

Keywords: inventory, non-cooperative, price discount, imperfect quality

[1]國立屏東科技大學工業管理系副教授
[2]國立屏東科技大學工業管理系研究生

1. 前言

在全球化的激烈競爭環境中，企業要如何靈活使用資金以使內部成本降低進而提高獲利能力是企業永續發展的宗旨。而其中最重要者就是企業要能擬定出有效的存貨管理。不良的存貨管理將會造成企業的資金積壓且管理成本的上升。存貨管理的理論始自「經濟訂購量」(economic order quantity, EOQ)，到近年來的「及時化」(just-in-time, JIT)存貨管理與「零貨存觀念」等，其目的均在於使存貨管理更具效率。在傳統的存貨模式中只探討單一買方或賣方的各自最佳利益，較少從買賣雙方互惠的角度進行考慮。因此學者 Goyal(1977)發展出買賣雙方整合的存貨模式，以聯合雙方成本的觀點，透過買賣雙方的利益共享達到整體最佳利益。買賣雙方的聯合存貨是以一個合作且雙方地位對等的概念進行探討。然而，實務問題中買賣雙方之間並非都以對等的合作方式進行談判，通常存在著強勢的領導者與弱勢的跟隨者的關係。這種交易型態最常出現在寡占交易市場當中。例如電腦的中央運算處理器(CPU)的買賣關係中就存在著這樣的關係，電腦製造商會依 CPU 製造商的計劃產量調整其生產。由於 CPU 不斷的推陳出新，導致下游廠商也會調整自己產量，此時的 CPU 製造商為領導者，下游廠商為跟隨者。另外，買賣雙方的交易關係中若非依循競爭或合作的交易型態，則企業需評估是否有能力成為市場領導者，並在非合作策略中提出最適決策方案。同樣的，雙方若都自認為市場領導者或跟隨者時，則需以對等的方式提出合作交易策略。因此，對企業而言擬訂出適切的交易策略是很重要的課題。綜合上述，本研究以賽局理論中的完全資訊下的動態賽局中的 Stacklberg 競爭策略模型為基礎架構，考慮賣方具有不完美生產製程，在賣方領導、買方跟隨情況下，探討最適的運交批量、賣方運送次數及其所願意提供的折扣價格等問題。

2. 文獻探討

在探討買賣雙方之存貨模式的研究中，可將現有文獻分成聯合存貨模式以及合作與非合作存貨模式進行相關說明。

2.1 聯合存貨模式

聯合存貨是從及時化生產系統概念衍生得到，主要的目的是要決定及時採購製造所需的原物料。聯合存貨模式是以少量多次運送，來降低存貨，模式中考慮買賣雙方之聯合存貨成本，以制定最佳化存貨。想要成功執行及時化生產系統，需要買賣雙方的密切配合，因此聯合存貨強調買賣雙方間的信任合作，以達到整體的最佳化決策。在聯合存貨的文獻中，首先是由Goyal(1977)針對單一供應商與單一零售商提出聯合存貨模式，該研究推導買賣雙方間的存貨相關成本，並分析買賣雙方在合作下對整體最有利之批量模式。Banerjee(1986a)則提出分批配送的聯合經濟批量模式(joint economic lot size, JELS)，模式中賣方每次生產買方訂購的數量，生產者將整批產品全部生產完再一次運送給買方。其後，Banerjee(1986b)解除了供應商為買賣業之假設，使模式可適用於供應商為製造商之情境，但該研究加入供應商採取批對批的交貨規定，因而降低了模式的適用性。1988年Goyal修正了Banerjee(1986b)模式中批對批的限制條件，供應商生產批量可為買方

訂購批量之整數倍，並結合買賣雙方的成本，提出一個買賣雙方聯合存貨成本最小化的模式。Aderohunmu和Mobolurin (1995)探討賣方之生產批量為零售商訂購批量之整數倍的存貨模式，但該模式的運送次數並非決策變數，而是由買賣雙方協商得到。1997年Ha和Kim則假設在單一買方及單一賣方的情況下，買賣雙方之間的成本資訊可完全分享，同時考慮雙方立場，加入一次訂購、多次運送之JIT觀念，並假設生產批量與訂購批量相等，且訂購批量為運送批量的整數倍，發展一套聯合存貨模式，以達到聯合總成本最低的目標。Rau等人(2003)探討供應鏈中產品具損耗性之存貨模式，發展最佳的合作策略，並應用演算法求得最佳的運送次數、生產批量與訂購批量，使得供應鏈中的供應商、製造商及買方的聯合總成本最小化。該研究之結果顯示，採取聯合策略可以獲得比單獨策略更低的聯合總成本。Kim等人(2006)探討單一原料供應商、單一製造商且生產多種產品，再配送到多個零售商之聯合存貨問題，此模式可適用在石化工業與化學相關製造業別中。Wee等人(2007)考慮變動損耗率、貨幣時間價值、多批量運送及允許部分缺貨的不完美品質條件下之整合存貨模式。並以單位總成本現值最小化為目標函數，利用現金流量折現、最佳化理論推導出最佳的生產及補貨策略。

2.2 合作及非合作存貨模式

在合作及非合作存貨模式的文獻中 Kohli 和 Park(1989)應用賽局理論，探討在獨占市場中如何決定買賣雙方的價格及訂購數量的問題。Chiang 等人(1994)則針對買賣雙方在完全競爭市場中，提出合作及非合作賽局中兩種交易策略的應用，其中非合作策略以 Stacklberg 競爭策略模型進行分析，而合作賽局策略則以 Pareto 最適生產概念進行探討。研究結果發現在合作情況下雙方利益優於非合作的情況。另外，林秀宜(1998)在兩階段賽局中，討論賣方允許缺貨且買方有成本預算限制的狀況下，引用 Stacklberg 競爭策略賽局理論建構買方的最適訂購量、賣方運送次數及最適折扣價格。Corbett 和 de Groote(2000)探討買賣雙方是一個資訊不對稱的合作模式，當賣方不知買方的成本資訊，此時賣方需要不斷地透過激勵的方式，使買方揭露其相關的成本資訊，以求算賣方在期望利潤最大時的最適生產量及折扣價格。Viswanathan 和 Wang(2003)假設賣方擁有買方的完整成本資訊，且買賣雙方彼此獨立又想追求各自的最大利益，並允許具有交易量折扣(Volume discount)與數量折扣(Quantity discount)的選擇，透過 Stacklberg 賽局理論進行模式比較。研究發現交易量折扣的方式較能反應出對利潤函數的影響。卓佳慧(2003)則在二階層通路結構中，針對流行性商品，考慮價格對於需求之影響，建構 Stacklberg 賽局理論之單期模型，並探討製造商如何運用退貨政策與獎勵機制的結合，影響零售商之訂購決策，以刺激零售商大量訂購，謀求其通路利潤之最大化，達到通路整合之目的。徐道宏(2005)探討供應商給予零售商延遲付款的期限，以刺激零售商對供應廠商增加訂貨數量，並利用 Stacklberg 模型在非合作的情況下，進行買賣雙方的最適存貨策略之分析。

綜合上述的相關文獻探討可發現，已有許多研究將賽局理論中的相關策略模式加入於存貨問題中進行探討。然而，現有的文獻都僅考慮完美品質的產品，也就是賣方配送給買方的產品皆為良品。但現實中賣方所提供的產品並不能保證百分之百為良品，因此本研究將實務上不完美品質製程生產的因素納入存貨模式中進行探討。並引用 Huang(2004)所提出的買賣雙方成本函數，利用 Stacklberg 均衡的概念探討買賣雙方的非合作關係。此外，買賣雙方進行交易時，賣方可以買方之購買數量作為價格談判的手段，

以誘使買方受到價格折扣的誘因進行大量訂購。因此本研究也將數量折扣加入至存貨模式中。具體而言，本研究將以 Stacklberg 均衡的概念，在賣方領導、買方跟隨且買方採購預算具限制的情況下，探討買賣雙方的最適運送批量、價格及運送次數。以達到買方成本最小化、賣方利潤最大化的目的。最後本研究將舉例進行數值範例說明並以買方最大投資預算、需求量、不良率及賣方設置成本及買方訂購成本等重要參數對本研究模式進行敏感度分析，以探討這些重要參數對買方運送批量、賣方運送次數、折扣價格等重要決策變數與目標函數之影響。

3. 模式建構

3.1 符號定義與假設

本研究相關符號定義如下：

Q ：買方每次配送下的運送數量(決策變數)

N ：賣方每生產週期的配送次數(決策變數)

P_0 ：價格折扣的平均單價(決策變數)

D ：買方的年需求

P ：賣方在價格折扣前的單價

T ：生產週期時間

H_V ：賣方每單位產品每期的儲存成本

H_B ：買方每單位產品每期的儲存成本

S_V ：賣方每次生產的設置成本

S_B ：買方每次訂購的成本

W ：買方最大存貨投資預算

F ：每次運送成本

Y ：產品不良率，為一隨機變數

$f(y)$ ：Y 的機率密度函數

m ：買方每年生產率， $m > D$

x ：產品檢驗率

d ：產品每單位的檢驗成本

v ：賣方每單位產品的保證成本

π ：賣方總利潤

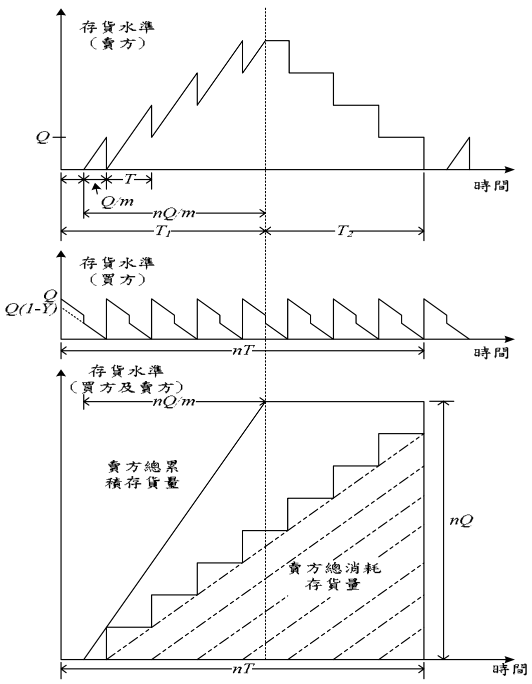
TC：買方總成本

本研究相關的假設條件為：

1. 需求為已知且確定。
2. 只討論單一零售商、單一供應商以及單一商品問題。
3. 每批商品皆採用全數檢驗方式。
4. 不允許缺貨情況發生。
5. 賣方生產率為已知之固定常數，賣方生產率大於買方需求率($m > D$)。
6. 沒有產能及倉庫儲存空間的限制因素。
7. 買方有一定的成本預算，不會因為交易價格的變化而增加或減少預算額度。

3.2 存貨位態分析

本研究主要考量的成本模式是採用 Huang(2004)，所提出的存貨模式，產品在生產過程中有不良品產生的情況，並由買方進行檢驗，其運送費用將由買方負擔，賣方則支付保證成本。買賣雙方的存貨位態圖如圖 1 所示。由 Huang(2004)所建構的存貨位態中，共有三部份所組成，上圖為賣方之存貨位態圖，賣方首先生產 Q 單位運交給買方後持續生產，直到該生產週期所需的數量完成為止，其每生產週期實際的生產時間為 T_1，而 T_2 為純消耗期並無生產。中間的圖示為買方的存貨位態，買方每次接收 Q 單位由賣方所運送的量，其中包含良品及不良品，買方以全檢的方式進行檢驗，當該批 Q 單位檢驗完畢，存貨水準會在檢驗完成時下降。最後在下方圖顯示的是雙方每生產週期時間所累積的存貨水準，虛線的部份為買方的累積存貨水準，梯形面積中的空白部分為賣方每週期所累積存貨水準。



資料來源：Huang (2004)

圖 1 買賣雙方存貨位態圖

3.3 數學模式推導

本模式是依據 Stacklberg 均衡的概念來進行分析，探討買方所追求的最適期望總成本 $E[TC^*]$、賣方的最適期望總利潤 $E[\pi^*]$、買方最適運送批量 Q^*、賣方最適運送次數 N^* 及折扣後價格 P^*。由於本研究假設賣方為市場領導者，因此價格主導權在賣方。所以賣方在決策的過程中會預測買方可能的運送批量 Q，再依據此數量決定給買方的賣價 P 及配送次數 N。而本模式各成本項是引用 Huang(2004)的成本模式，其中買方總成本 TC 是由商品成本 PD、訂購成本 $\dfrac{S_B D}{(1-Y)Q}$、運送成本 $\dfrac{FD}{(1-Y)Q}$、檢驗成本 $\dfrac{dD}{(1-Y)}$ 及儲存成本 $QH_B\left\{\dfrac{(1-Y)}{2}+\dfrac{DY}{x(1-Y)}\right\}P$ 所構成，其成本函數如下所示：

$$TC = PD + \frac{S_B D}{(1-Y)Q} + \frac{FD}{(1-Y)Q} + \frac{dD}{(1-Y)} + QH_B\left\{\frac{(1-Y)}{2} + \frac{DY}{x(1-Y)}\right\}P \tag{1}$$

而賣方利潤 π 由商品銷售收入 PD 扣除設置成本 $\dfrac{S_V D}{N(1-Y)Q}$、保證成本 $\dfrac{vD}{Q(1-Y)}$ 與持有成本 $H_V\left\{\dfrac{Q}{2}+\dfrac{(N-2)Q}{2}\left(1-\dfrac{D}{(1-Y)m}\right)\right\}P$ 所構成，其賣方利潤函數如下所示：

$$\pi = PD - \frac{S_V D}{N(1-Y)Q} - \frac{vD}{Q(1-Y)} - H_v\left\{\frac{Q}{2} + \frac{(N-2)Q}{2}\left(1 - \frac{D}{(1-Y)m}\right)\right\}P \tag{2}$$

由於不良率 Y 為隨機變數且服從某一機率分配，所以對(1)及(2)式買方總成本及賣方總利潤取期望值，並令 $E\left[\frac{1}{1-Y}\right] = M_1$ 及 $E\left[\frac{Y}{1-Y}\right] = M_2$，則買方期望成本 $E(TC)$ 與賣方期望利潤 $E(\pi)$ 如公式(3)與(4)所示：

$$E(TC) = PD + \frac{S_B DM_1}{Q} + \frac{FDM_1}{Q} + dDM_1 + QH_B\left\{\frac{(1-E(Y))}{2} + \frac{DM_2}{x}\right\}P \tag{3}$$

$$E(\pi) = PD - \frac{S_V DM_1}{NQ} - vDM_2 - H_v\left\{\frac{Q}{2} + \frac{(N-2)Q}{2}\left(1 - \frac{M_1 D}{m}\right)\right\}P \tag{4}$$

當賣方為領導者時，賣方會根據買方的策略做出最適決策。首先對(3)式買方的成本函數對 Q 做偏微分即為買方的反應函數。

$$\frac{\partial E(TC)}{\partial Q} = -\frac{S_B DM_1}{Q^2} + H_B P\left(\frac{1-E(Y)}{2} + \frac{DM_2}{x}\right) - \frac{FMD}{Q^2} - \frac{dMD}{Q^2} \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 E(TC)}{\partial^2 Q} = \frac{2DM_1(S_B + F + d)}{Q^3} > 0 \tag{6}$$

令(5)式為零並經二階導數判定法可得買方最佳的運送批量 Q^*

$$Q^* = \sqrt{\frac{M_1 D(S_B + F + d)}{\left(\frac{1-E(Y)}{2} + \frac{DM_2}{x}\right)H_B P}} \tag{7}$$

賣方在本交易關係中屬於市場領導者，故無反應函數。但賣方的利潤函數受限於買方的成本預算 W、買方的反應函數 Q^*、運送次數 N 為整數以及折扣後的平均價格 P_0 不得超過原始售價 P 的限制。上述折扣價格 P_0 是賣方希望以較低的價格來出售產品，以誘使買方大量購買。故賣方領導的存貨模式為：

$$\underset{(P,N)}{Max}\ E(\pi)=PD-\frac{S_V DM_1}{NQ}-\frac{vDM_1}{Q}-H_v\left\{\frac{Q}{2}+\frac{(N-2)Q}{2}\left(1-\frac{M_1D}{m}\right)\right\}P$$

受限於

$$\frac{S_B M_1 D}{Q}+QPH_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)\le W$$

$$Q^*=\sqrt{\frac{M_1D(S_B+F+d)}{\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)H_BP}}$$

$$P_0\le P \tag{8}$$

N 為整數

在運送的頻率 N 是以賣方運送為主，故 N 為賣方的決策變數。由於運送次數為離散變數，無法由微分方式求得極值，令 N^* 定義為在 $N=N^*$ 時 $E[\pi]$ 有最大值，則 $E[\pi(N^*-1)]\le E[\pi(N^*)]$ 且 $E[\pi(N^*+1)]\le E[\pi(N^*)]$。在求算 N^* 的過程，可把(8)式中的 Q^* 代入賣方的利潤函數中，並忽略求算決策變數 N 無關的項目，可得第(9)式。

$$EK(N)=\frac{S_V DM_1}{N\sqrt{\frac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)P}}}+\sqrt{\frac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)P}}\left(\frac{\left(1-\frac{DM_1}{m}\right)(N-2)}{2}\right)H_VP \tag{9}$$

令

$$A=\frac{S_V DM_1}{\sqrt{\frac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)P}}}$$

$$B=\frac{PH_V\sqrt{\frac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)P}}}{2}$$

$$C=\frac{PDM_1H_V\sqrt{\frac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)P}}}{m}$$

因此第(9)式可整理成為

$$EK(N)=\frac{A}{N}+BN-CN$$

因極大化 $E[\pi]$等價於極小化 $EK(N)$，故 N^*滿足

$$EK(N^*-1)-EK(N^*)>0 \text{ 且 } EK(N^*+1)-EK(N^*)>0$$

經代數運算整理，N^*可利用第(10)式之關係求得：

$$N^*(N^*-1)\le\frac{S_vH_{\mathrm{B}}\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)}{(S_B+F+d)H_V\left(\frac{1}{2}-\frac{DM_1}{2m}\right)}\le N^*(N^*+1) \tag{10}$$

當求得N^*後，決策變數只剩售價P尚未得知，為了使賣方的售價可使賣方利潤函極大化，且需滿足買方投資的預算限制及買方的運交批量。因此在賣方利潤受限於買方預算限制下，賣方的總利潤函數有一部分會為凸函數，為了使賣方利潤模式中的買方預算限制式在等號時的價格會正好位於利潤函數遞增的部分，可令

$$\frac{S_BM_1D}{\sqrt{\frac{S_BM_1D}{H_BP\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)}}}+\sqrt{\frac{S_BM_1D}{H_BP\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)}}\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)P=W$$

故可解出預算限制下的價格 P_0，亦即

$$P_0=\frac{W^2}{\left(\frac{S_BDM_1}{\sqrt{\frac{S_BDMl(S_B+F+d)}{H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)}}}+H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{X}\right)\sqrt{\frac{(S_B+F+d)DM_l}{H_B\left(\frac{1-E(Y)}{2}+\frac{DM_2}{x}\right)}}\right)^2} \tag{11}$$

當得到預算限制下的折扣價格 P_0後，本研究尚需證明此價格是否合理性。因此，若 Q^*為買方的最適運送批量，則賣方的利潤為

$$E(\pi)=PD-\frac{S_V DM_1}{N\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)P}}}-\frac{(v+F)DM_1}{\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)P}}}$$
$$-\sqrt{\frac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)P}}\left(\frac{1}{2}-\frac{\left(1-\dfrac{DM}{m}\right)(N-2)}{2}\right)H_V P \tag{12}$$

將第(12)式對變數 P 微分得到下式：

$$\frac{\partial E(\pi)}{\partial P}=D-\frac{S_V DM_1}{2N\sqrt{P}\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}}-\frac{(v+F)DM_1}{2\sqrt{P}\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}}$$
$$-\frac{\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\left(1-\dfrac{DM_1}{m}\right)(N-2)}{2}\right)H_V}{2\sqrt{P}} \tag{13}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi)}{\partial P^2}=\frac{S_V DM_1}{4PN\sqrt{P}\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}}+\frac{(v+F)DM_1}{4P\sqrt{P}\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}}$$
$$+\frac{\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-Y}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\left(1-\dfrac{DM_1}{m}\right)(N-2)}{2}\right)H_V}{4P\sqrt{P}}>0 \tag{14}$$

經由(14)式得知若把買方的最適運送批量代入賣方利潤函數，會使得賣方的利潤函數為凸函數。令(13)式一階微分為零，可求得使賣方的利潤極小化的價格 P_1。

$$P_1=\frac{\left(\dfrac{DM_1(S_V+NF)}{2N\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-Y}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}}+\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{M_1D(S_B+F+d)}{H_B\left(\dfrac{1-E(Y)}{2}+\dfrac{DM_2}{x}\right)}}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\left(1-\dfrac{DM_1}{m}\right)(N-2)}{2}\right)H_V\right)^2}{D^2} \tag{15}$$

再令賣方利潤函數為零，其價格 P_2 為下式：

$$P_2 = S_V DM_1 + FM_1 DN + \sqrt{\frac{M_1 D(S_B + F + d)}{H_B\left(\frac{1-Y}{2} + \frac{DM_2}{x}\right)P}} \left(\frac{1}{2} - \frac{\left(1 - \frac{DM_1}{m}\right)(N-2)}{2} \right) H_V N + \frac{\sqrt{(S_V DM_1 + FM_1 DN + \sqrt{\frac{M_1 D(S_B + F + d)}{H_B\left(\frac{1-Y}{2} + \frac{DM_2}{x}\right)P}} \left(\frac{1}{2} - \frac{\left(1 - \frac{DM_1}{m}\right)(N-2)}{2} \right) H_V N)^2 + 4D^2 N^2 \sqrt{\frac{M_1 D(S_B + F + d)}{H_B\left(\frac{1-Y}{2} + \frac{DM_2}{x}\right)P}} \sqrt{M_2}}}{2} \tag{16}$$

經由(16)式，可證明 $E[\pi(P_1)]<0$，$E[\pi(P_2)]=0$，$P_1<P_2$ 且 $\lim_{P\to\infty} E\left[\pi(P)\right] = \infty$。因此，若把買方的最適運送批量 Q^*代入賣方的利潤函數中，此利潤函數會是一個嚴格凸函數，且 $\frac{\partial E(\pi)}{\partial P} > 0, P > P_1$，而當賣方利潤為零時的價格為 P_2 又大於 P_1，表示 P_1 是會使賣方利潤產生負值的價格。另外，P_0 也大於 P_2，表示價格 P_0 會使賣方的利潤大於價格為 P_2 時的賣方利潤，這三種價格與賣方利潤關係如圖 2 所示。因此，本研究考量的成本預算限制下的平均價格 P_0，是一個具合理性的價格，不致產生賣方無利可圖的情況。

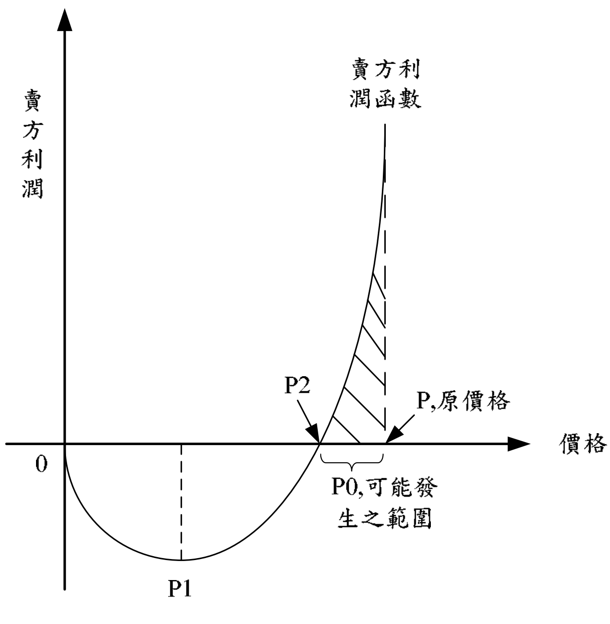


圖 2 賣方利潤及價格對應圖

另一方面為了達到折扣與賣方利潤極大化的目的，當 P_0 高於原價格 P 時，賣方自然便以原價格 P 賣給買方，可使得賣方利潤極大化；反之，當 P_0 小於原價 P 時，賣方便只能以 P_0 的價格賣給買方，以符合賣方限制式中的條件，所以最適折扣價格 $P_0^*=\min(P_0, P)$。最後，把 Q^*、N^*及 P^*代入買方的成本函數 $E[TC]$與賣方的利潤函數 $E[\pi]$，即可求得

$E[TC^*]$與 $E[\pi^*]$。

4. 釋例分析與探討

4.1 範例說明

本研究的相關數值主要是參考 Huang(2004)的資料來進行分析。

一存貨生產系統其相關資料列示如下：

需求量	D=50000 件/年
生產率	m=160000 件/年
買方最大投資預算	W=50000 元/每次訂購
賣方的設置成本	S_V=300 元/每次生產
買方的訂購成本	S_B=100 元/每次訂購
賣方的持有成本	H_V=2 元/年-件
買方的儲存成本	H_B=5 元/年-件
運送成本	F=25 元/次
產品檢驗率	x=175200 件/年
每單位檢驗成本	d=1 元/件
不良品的保證成本	v=30 元/件
未折扣前的價格	P=40 元/件

不良率 Y 服從均勻分配其密度函數為：

$$f(y)=\begin{cases} 25\ ,\ 0\le y\le 0.04 \\ 0\ ,\text{其它狀況} \end{cases}$$

因此

$$E(Y)=\int_0^{0.04} y25\mathrm{dy}=0.02$$

$$M_1=E\left[\frac{1}{1-Y}\right]=\int_0^{0.04}\frac{1}{1-y}25dy=1.02055$$

$$M_2 = E\left[\frac{Y}{1-Y}\right] = \int_0^{0.04} \frac{y}{1-y} 25dy = 0.02055$$

利用本研究中所推導之模式可求得買方每次的最佳運送批量 Q^*、賣方的最適運送次數 N^*、賣方願意給買方的折扣價格 P^*及買方的最佳期望總成本與賣方期望總利潤。其結果如下：賣方的年期望總利潤是 1917643.05 元，買方的年期望總成本為 2010387.68 元，買方每次的最適運送批量為 257 個、賣方運送給買方的次數為 3 次以及折扣後的價格為 39.20 元，比原本訂價減少了 0.79 元，降低幅度約為 2%，這也驗證了預算限制能達到價格折扣的功能。

4.2 敏感度分析

本研究為能夠了解重要參數變動對買方最佳運送批量 Q^*、最適折扣價格 P_0、運送次數 N^*及買賣雙方的期望成本和利潤所造成的影響，本研究分別針對買方最大投資預算(W)、需求量(D)、期望不良率($E[Y]$)、賣方的設置成本(S_V)及買方的訂購成本(S_B)等五個參數進行敏感度分析。各參數皆考慮五種層級水準，所使用之分析數值如下：

W: 48000, 49000, 50000, 51000, 52000 (元)；　S_V: 200, 250, 300, 350, 400 (元/次)；
D: 48000, 49000, 50000, 51000, 52000 (個)；　S_B: 50, 75, 100, 125, 150 (元/次)；
$E(Y)$: 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05；

4.2.1 不同買方預算成本影響之敏感度分析

表 1 是不同買方預算成本對相關決策變數影響之結果彙總。從表 1 中可發現當買方投資預算愈大時，賣方所提供的折扣價格則會隨之提高。例如，買方預算成本為 48000 元時，則賣方所提供的售價是 36.13 元，折扣幅度為 9.68%；但當買方預算成本為 51000 元時，則賣方所提供的售價是 39.79 元，賣方給買方的折扣幅度約只剩 0.53%。另外，若售價超過原訂價格，賣方則會依原價格賣給買方，因此當買方預算成本高達 52000 元時，賣方會以原價格 40 元賣給買方。

表1 買方預算變動之相關參數彙整表

預算 / 項目	48000	49000	50000	51000	52000
價格	36.13	37.65	39.20	39.79	40
運送次數	3	3	3	3	3
每次運送批量	267	262	257	252	247
買方成本	1854693.29	1931756.33	2010387.68	2090587.35	2172355.32
賣方利潤	1765658.45	1840866.59	1917643.05	1995987.82	2075900.91

在運送次數的決策上，因運送次數乃歸屬賣方決定，故買方的預算成本的增加不會影響到賣方所配送的次數，因此在各種預算水準下配送次數皆為 3 次。在每次運送的批量方面，因預算增加時相對的價格也會隨之增加，所以買方每次運送的批量會隨之下

降。這正可說明，當買方的投資預算較少時，賣方會以較低的價格折扣來誘使買方大量訂購；而當買方有較充裕的預算時，賣方會拉高售價，致使買方願意購買的數量下降。另外，在買方每年的期望成本部份，會隨可用預算的增加而逐漸增加；同樣地賣方每年的期望利潤也隨買方可用預算的增加而逐漸增加

4.2.2 不同需求量影響之敏感度分析

表 2 是不同需求量下各相關決策變數及買方成本與賣方利潤之結果彙總。當買方需求量越高時每次運交給買方的數量也隨之升高，相對的賣方所願意提供的價格就越低。另一方面，若需求量降為 49000 單位時，賣方則會依原價格 40 元賣給買方。

表2 需求量變動之相關參數彙整表

需求量 / 項目	48000	49000	50000	51000	52000
價格	40	40	39.20	38.42	37.68
運送次數	3	3	3	3	3
每次運送批量	249	252	257	262	267
買方成本	1969470.566	2010824.77	2010387.68	2009924.07	2009460.68
賣方利潤	1877636.380	1917962.09	1917643.05	1917247.75	1916852.64

在運送次數上，在五種不同的買方年需求量下，都維持在 3 次的水準。另外，在買賣雙方的成本及利潤表現上，賣方的利潤會隨需求量的增大(例如 51000 及 52000 單位)而遞減，買方的成本也是相對如此。但當需求量降為 49000 單位或更少時，因賣方是以原價格賣給買方，會導致買方之總成本下降而賣方的年利潤也呈現下降的情況。

4.2.3 不同期望不良率影響之敏感度分析

表 3 是不同的期望不良率下相關決策變數之結果彙總。從表中可得知當期望不良率越高，則賣方所給買方的折扣價格越低，當期望不良率 $E[Y]$高達 0.05 時，最適價格為 38.4 元，是此變動中價格最低者。同樣地，在高的期望不良率下，為彌補不良品的數量，每次運送給買方的數量也隨之提高。至於，買方的期望成本則隨期望不良率的增加而逐漸減少。相反地，賣方的期望利潤則以低期望不良率時才有較高之利潤。因此賣方若要提高其經營利潤則應從如何降低不良率加以思考。

4.2.4 不同賣方設置成本與買方訂購成本影響之敏感度分析

表 4 為不同賣方設置成本變動對相關決策變數與買方成本及賣方利潤影響之結果彙總。由表 4 之彙整表可得知，不論賣方設置成本為何都不會影響價格，其價格皆維持在 39.20 元。

另外，每次運送給買方的數量也不會隨著賣方的設置成本之增加而有所變動，皆維持在 257 個的水準。在運送次數的表現上，當賣方設置成本降至 200 元時，運送次數減少至 2 次，若賣方的設置成本增加則運送次數也隨之增加為 3 次。最後，在買賣雙方的

利潤及成本變動上，買方的成本都維持在 2010387.68 元的水準；但賣方的利潤則是隨著設置成本的增加而遞減。

表3 期望不良率變動之相關參數彙整表

期望不良率 / 項目	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
價格	39.45	39.20	38.95	38.68	38.40
運送次數	3	3	3	3	3
每次運送批量	255	257	260	263	266
買方成本	2022533.08	2010387.68	1997671.89	1984363.68	1970442.08
賣方利潤	1929824.80	1917643.05	1904894.40	1891557.08	1877610.35

表4 賣方設置成本變動之相關參數彙整表

設置成本 / 項目	200	250	300	350	400
價格	39.20	39.20	39.20	39.20	39.20
運送次數	2	3	3	3	3
每次運送批量	257	257	257	257	257
買方成本	2010387.68	2010387.68	2010387.68	2010387.68	2010387.68
賣方利潤	1924510.63	1920949.93	1917643.05	1914336.18	1911029.30

表 5 為不同的買方訂購成本變動對相關決策變數與買方成本及賣方利潤影響之結果彙總。從表中可發現，當買方訂購成本增加時，賣方賣給買方的價格會隨之下降。因此也促使每次運送給買方的批量數隨之增加。另外，每生產週期賣方運送給買方的次數則隨買方訂購成本的增加而減少。例如當訂購成本降至 50 元時，賣方所願意配送的次數則為 4 次。而當訂購成本上升至 75 元時，則配送的次數減為 3 次。在買方的期望總成本方面，當訂購成本增加時，因賣方給予的價格下降，使得買方的期望總成本也產生下降的趨勢。相反地，賣方的期望利潤則隨買方訂購成本增加而減少。

表5 買方訂購成本增加之相關參數彙整表

訂購成本 / 項目	50	75	100	125	150
價格	40	40	39.20	32.71	28.06
運送次數	4	3	3	3	3
每次運送批量	198	227	257	308	359
買方成本	2039222.524	2045215.718	2010387.68	1685820.18	1453459.36
賣方利潤	1954221.016	1955571.765	1917643.05	1597433.63	1368117.64

5. 結論與建議

隨著競爭環境的變動，企業應如何擬定適當的策略以因應各種不同的競爭局勢成為企業經營的重要課題。本研究以賽局理論中的 Stacklberg 模式為基礎架構，在賣方生產製程具不良品的考量下，以賣方利潤極大化為目標，探討賣方領導、買方跟隨的非合作情況下，最適切的買方運送批量、賣方所願意提供的折扣價格及運送次數的運算模式，以供企業應用之參考。同時本研究也選取買方預算金額、買方年需求量、期望不良率、賣方每次生產之設置成本以及買方每次訂購之成本等五個重要的參數，進行影響目標函數與決策變數之敏感度分析。以供實務界進行相關分析之參考。最後本研究建議未來可研究方向如下：

(1)將資訊不對稱或不完全訊息之動態賽局加入至存貨模式中進行探討。

(2)考慮多個賣方及買方之研究，並探討通路成員間既競爭又合作的情況。

(3)將生產學習效果加入存貨模式中進行更切合實務的生產存貨模型之探討。

參考文獻

1. 林秀宜(1998)，「應用 Stackelberg 均衡在多次配送環境下建立價格折扣存貨模式」國立中央大學工業管理研究所碩士論文。
2. 卓佳慧(2003)，「結合退貨與獎勵機制下之最佳訂購定價政策」，國立中央大學工業管理研究所碩士論文。
3. 徐道宏(2005)，「在不合作與合作的賽局中決定賣者的信用期間與買者的補貨策略」，國立台灣科技大學資訊管理研究所碩士論文。
4. Aderohuman, R. and A. Mobolurin (1995), "Joint Vendor-Buyer Policy in JIT Manufacturing," *Journal of the Operation Research Society*, 46(2), pp.375-385.
5. Banerjee A. (1986a), "On a Quantity Discount Pricing Model to Increases Vendor Profits," *Management Science*, 32(11), pp.1513-1517.
6. Banerjee, A. (1986b), "A Joint Economic Lot Size Model for Purchaser and Vendor," *Decision Sciences,* 17(3), pp.292-311.
7. Chiang, W. C., J. Fitzsimmons and Z. Huang (1994), "A Game-Theoretic Approach to Quantity Discount Problems," *Decision Sciences*, 25(1), pp.153-168.
8. Corebtt, C. J. and X. de. Groote (2000), "A Supplier's Optimal Quantity Discount Policy under Asymmetric Information," *Management Science*, 46(3), pp.444-450.
9. Goyal, S. K. (1977), "An Integrated Inventory Model for a Single Supplier-Single Customer Problem," *International Journal of Production Research*, 15(1), pp.107-111.

10. Goyal, S. K. (1988), “A Joint Economic-Lot-Size Model for Purchaser and Vendor: a Comment,” *Decision Sciences*, 19(1), pp.236-241.

11. Ha, D. and S. L. Kim. (1997), “Implementation of JIT Purchasing: an Integrated Approach,” *Production Planning and Control*, 46(2), pp.152-157.

12. Huang, C. K. (2004), “An Optimal Policy for a Single-Vendor Single-Buyer Integrated Production-Inventory Problem with Process Unreliability Consideration,” *International Journal of Production Economics*, 91(1), pp.91-98.

13. Kohli, R. and H. Park (1989), “A Cooperative Game Theory Model of Quantity Discounts,” *Management Science*, 35(6), pp.693-707.

14. Kim, T., Y. Honga, and S. Y. Chang (2006), “Joint Economic Procurement–Production–Delivery Policy for Multiple Items in a Single-Manufacturer Multiple-Retailer System,” *International Journal of Production Economics*, 103(1), pp.199-208.

15. Rau, H., M. Y. Wu and H. M. Wee (2003), “Integrated Inventory Model for Deteriorating Items under a Multi-Echelon Supply Chain Environment,” *International Journal of Production Economics*, 85(2), pp.158-168.

16. Viswanathan, S., and Q. Wang (2003), “Discount Pricing Decisions in Distribution Channels with Price Sensitive Demand,” *European Journal of Operational Research* 149(3), pp.571–587.

17. Wee, H. M., T. S. Lo., and W. C. Hung. (2007), “An Integrated Production-Inventory Model with Imperfect Production Processes and Weibull Distribution Deterioration under Inflation,” *International Journal of Production Economics*, 106(1), pp.248-260.