

作業資訊匱乏下之專案評估

藍俊雄

南華大學企業管理學系管理科學研究所 教授

張仲甫*

南華大學企業管理學系管理科學研究所碩士班 研究生

摘要

本研究主要探討專案所面臨的情況，專案大多數是不重複的，因此工作站作業完成時間的歷史資料匱乏下，導致專案完成時間無法正確估算，而影響專案管理者對專案的控制與規劃產生資源與成本的增加及浪費，更嚴重會造成該專案成為企業整體發展之阻礙。專案工作站作業完成時間不確定性，以不同的專案工作站作業完成時間下的考量專案完工時程的預測問題，然而提出最適的專案趕工時間成本考量，本研究將專案趕工問題，建構成整數非線性規劃 INLP (Integer Nonlinear Programming)的數學模型。

本研究主要以計劃評核術 (Program Evaluation and Review Technique, PERT) 與要徑法 (Critical Path Method, CPM) 來探討專案所的情況。本研究不僅討論工作站作業完成時間的不確定性現象模擬以符合真實，並將專案工程進行的各項限制條件，製作成數學問題以求在符合趕工時間條件要求下的求取。此外本研究運用 Lingo 9.0 extended version 語法進行非線性專案趕工模式構建，並採用 Lingo 9.0 軟體內建之 Global Solver 進行其全域最佳解之求解。並在歷史資料匱乏下求得工作站作業時間下求更準確預測專案趕工成本的問題，綜言之，本研究可視為一具價值之決策支援工具，因其可根據不同專案情境，企業僅需對模式進行簡單的修正即可快速取得最適解。

關鍵字：專案管理、趕工成本，計畫評核術、要徑法、Lingo 9.0

*通訊作者：張仲甫

Email : kiaa41681@pchome.com.tw



Project Evaluation Under insufficient Activity Information

Chun-Hsiung Lan

Professor, Master (Ph.D) Program in Management Sciences, Department of Business
Administration, Nanhua University.

Chung-Fu Chang

Doctoral student, Master (Ph.D) Program in Management Sciences, Department of Business
Administration, Nanhua University.

Abstract

The research primarily focuses on the discussion about various conditions of a project that may face. Most of the projects are not duplicable. Therefore, due to its lack of historical duration data of workstations, the estimated schedule of the whole project has never been accurate. As a result, it causes an impact on a project manager controlling and planning the project, which results in wasting resources and increasing costs. Moreover, this project will become an obstacle to the developing corporation as a whole. With the uncertainty of the durations of workstation project, a better way of solving the issue of how to estimate a time when a project can be finished based on the durations of different workstation projects is proposed in this research. An Integer Nonlinear Programming (INPL) mathematical model is introduced to analyze the time-cost trade-off and then find the most feasible schedule of a crashing project.

In addition, the research adopts Program Evaluation Review Technique(PRET) along with Critical Path Method (CPM) to evaluate the situations that a project encounters. In order to make the simulation close to the reality, not only the uncertainty of the duration of workstations is considered, but also the limitations in the crashing project are taken into account. These criteria then are turned into mathematical equations. Therefore, the result generated from the calculation is able to meet the given requirements. Moreover, the research uses Lingo 9.0 extended version language to construct nonlinear project crashing model. By using the Global Solver built in the Lingo 9.0 application, the best global solution for the project can be solved. In other words, with this model, the cost of a crashing project can be more accurately estimated even with insufficient historical data. Overall, the research can be considered as an assistant tool for decision making. According to the different scenario that a project is in, only a few simple modifications on this model are needed to be made. After that, it can help the corporation determine the most suitable solution within no time.

Keyword: project management, crashing cost, Program Evaluation & Review Technique, Critical Path method, CPM, Lingo 9.0



壹、前言

近年來，由於科技迅速發展，已由傳統的工業化時代進步到科技化時代。然而日新月異的現今，當企業面臨許多的競爭情況下，如何讓企業屹立不搖是企業一直努力的目標。而爲了提高競爭力與面對未來不確定性的嚴峻挑戰，要避免因專案排程產生延遲完工導致企業與客戶之間的糾紛，使企業需支付較多的風險和資源浪費，甚至造成巨大的損失。故企業對客戶要依約定準時完工的條件是不容忽視的問題。同時，企業也要求其支付的成本極小化，進而達到企業的永續經營的目標。

專案管理方法是網路計畫的一種技術，計算每項作業最早開始時間及最早完成時間，分配該工作站寬裕時間及確認作業耗費最長的作業時間。有效的專案控制關鍵在於監測實際的進度並定期與計畫進度作比較，判斷是否需要立即採取趕工行動。專案排程趕工問題的發生原因可分爲兩大類，一是由工程進度落後所致，問題另一則是非由工程進度落後因素所致問題，排程之時間成本權衡問題求解方法中，啓發式解法僅適用於小型專案，以經驗法則爲基礎，且只能求出合理解，而非最佳或近似最佳解。在將專案問題依作業性質分成兩類，一爲確定性的作業時間，另一爲隨機性的作業時間。每一分類中因不同的資源投入條件分三種：無限資源條件、有限資源條件及時間成本互償 (Time/Costs trade-off) 條件，在無限資源條件下，專案的目標在於如何求得最快的完成時間，在有限資源條件下，會形成專案排程 (Project scheduling) 等問題。在時間及成本互償的條件下，則爲處理專案資源投入最佳化之問題。

關於專案管理的問題，一直以來都有許多學者不斷的研究與討論。傅和彥 (2005) 指出在有限的時間內計畫完成特定的作業爲目標即是專案。專案常常遷入到可觀的成本與冗長的時間，是故專案完成時間的討論必須加強管理的方面。學者 Chen and Askin (2009) 提及專案管理有許多的替代項目，如開發新的產品或開發新的技術、增加產品數量與升級，並在資源有限下完成每一項作業，以創造最大利潤。另外 Chen and Askin (2009) 還指出在專案排程下，以利潤最大極限的減少時間來計算專案的完工時間。Brucker et al. (1999) 和 Kolisch and Hartmann (2006) 提出固定完工時間因受資源限制下所產生，而作業調度乃是由單一項目來完成。而潘南飛與黃冠智 (2004) 在其研究中指出，專案排程規劃是以各作業所需時間的估計值爲基礎，作業所需時間估計的正確與否將決定於一個排程規劃的準確性。綜上可知，一直以來學術上均有許多學者投入專案排程之相關研究中，因此企業在面臨眾多複雜問題時，專案管理將佔有一席重要的地位。陳銘崑與許世朋 (2004) 亦在研究中指出，專案管理中常發生的三種實際問題列述如下：(1) 專案完成不準時；(2) 專案之經費超出預算；(3) 專案計畫中所制定之事項遭修減等三項問題，而尤以專案完成不準時中的預期完工縮減最爲引發眾多討論，因此本研究擬針對專案完成不準時 (即目標改變) 這項問題進行討論。

在競爭激烈環境下，專案管理在目前情況下日趨重要，專案不能如期完成將會是企業競爭的一大威脅，除此之外，仍必須考慮成本與資源的損失。因此，專案管理是現今廣泛探討的問題。自從 1950 年代末期，要徑法 (Critical Path Method, CPM) 及計劃評核



術 (Program Evaluation and Review Technique, PERT) 被發展出來以後, 兩者常被使用於大型專案的規劃與完工時間之估算。傅和彥 (2005) 指出 PERT 來自於美國海軍為使專案極為大的北極星飛彈專案如期完成, 運用了 PERT 使大型專案準時完成。Hiller 和 Lieberman (1990) 討論要徑法 (CPM) 利用網路圖計畫每一項作業先後順序的方法其目的在於求出主要路徑, 作為資源運用與管理之用途, 並了解各計畫中的規劃與排程的相關作業。Taha (1992) 指出在必須依次序決定前後的關係作業, 則某些作業要在前項作業完成後才能開始作業。Azaron 與 Tavakkoli-Moghaddam (2007) 提及要徑法 (CPM) 的技術在處理大型專案已被公認是為良好的規劃方式。而在傳統的成本分析上, 專案管理主要目的是藉由各項作業現有的資源限制條件下安排一個作業的確定可承擔的時間。在作業生產期間, 可用資源與時間的關係常被視為一種函數的關係。另外, 不同的資源組合都有不同的成本, 所以時間與成本間的關係也可對應出一項函數關係。例如, 使用更多的生產設備或僱用更多的工人可以節省時間, 但相對地其直接成本可能會有非線性遞增的情形。

Abbasi 與 Mukattash (2001) 在其文章中討論到 PERT 是一個環與一個環的連接指示圖, 並且有效的運用在大型複雜作業的規劃和控制上。根據 Coppendale (1995) 及 Chatzoglou & Macaulay (1996) 的研究指出, 平均僅約 10% ~ 15% 的大型專案能夠如期完成, 均會發生執行延遲的現象。專案的複雜程度不能再以確定性網路的觀點待之, 即不能再將 CPM 中之最長路徑當作是專案完成時間路徑, 而是要以機率的觀點來分析之, 由於最長的路徑時間是一時間機率變數, 一個專案可能同時存在多條完成路徑, 當這些路徑之時間機率變數其機率分配之值域 (Domain) 有重疊時, 就機率觀點而言, 表示每條專案完成路徑都有機會成為專案的要徑 (Critical Path), 專案完成時間必須考慮所有可能完成路徑, 指定專案完成時間即為該路徑之完成時間。隨機性專案網路中, 每一作業對所投入之資源量所造成的專案完成時間變化均不一樣, 故專案所對投入不同型態之資源組合所產生之總成本結果亦不一樣。

近年來, 許多國家把 PERT 中的作業時間以函數來表示, 主要是因為大多 PERT 中的作業時間是難以估算的。在現實環境中, 許多 PERT 結構運用在大型專案中。因此, Amir Azaron 與 Reza Tavakkoli-Moghaddam (2007) 在其研究中討論到儘管 PERT 在每一作業中都是單獨的行為, 然而作業完工時間都是隨機, 可惜作業時間卻不能獨立分析。這不僅會造成專案在時間上的拖延, 更會讓專案所投入的成本負擔增加。而 PERT 之目標及相關的技術是有助於專案中所涉及之各種活動之管理、協調及管制, 以便專案本身能被成功加以完成, PERT 之界定特性之一為作業時間被視為推測性的。(Eugene David Hahn, 2008)。Grant 等人 (2006) 在專案管理中離群值的出現, 並認為對於工作進行的預計完工時間較長的機率可能被低估。(see also Banker and Kauffman, 1991; Raffo and Kellner, 2000)。Morgenshtern et al. 實證發現較高的專案不確定性、與較長的專案持續期、及越加謬誤之專案持續期預估有關聯, 再度意味著專案經理人傾向對較為極端的延誤賦予太少權重。此一含意受 Atkinson 等人 (2006) 之證實, 他們指出專案管理中之不確定性在業內經常被壓低及考量不足。值得注意的是, 儘管諸如上述那些方法被用在於許多學門, 然而它們的應用於專案管理看似幾乎完全被忽視。



直到今日，除 Steele 與 Huber (2004)外，對於專案管理中健全方法之需求仍未出現系統化的處置。Steele 與 Huber (2004)提到許多專案管理工具採用某些共同的分配形式諸如常態。當資料沒有遵循這些形式時，統計的技術會產生錯誤。Steele 與 Huber (2004)提出聚焦運用多重比較 Tukey 之探究資料分析[exploratory data analysis (EDA)]方法，將方法論的健全度納入專案管理中。然而本研究於此提出即 Steele 與 Huber (2004)卻沒有與 PERT 直接做連結。當專案活動之完成可能會被其他變化因素之影響產生提前或延後時，使作業時間的不確定性再度對於其他較固的作業時間而增高。而這種變異不具彈性的對 PERT 是重要的，因為整體的重要路徑時間產生影響。然而，若重要路徑之變異一再被低估，那接下來重要路徑時間之變異也同樣將被低估。這會導致對作業時間的期望值重要路徑時間之錯誤時間預測的結論。

在隨機性專案網路中，能夠迅速的作出作業資源最佳分配之決定，以求得最小的專案總成本，亦是專案管理者重要之決策考量之一。且專案作業資源有限制投入的條件下，欲針對所有專案作業安排最佳資源分配量(Resource Allocation)，以求取最少的完成專案總成本，該類問題我們稱為隨機網路資源分配問題(Stochastic network Resource Allocation Problem, SRAP)。當專案完工時間的估計通常是在已知資源情況下進行，而趕工的需求情況下，所能投入多少資源來縮短專案時間。縮短專案完工時間的動力來自於為避免落後的罰金，及獲得提早完成專案獎金鼓勵，或將提早完成的專案所剩餘的資源投入在其他專案上。有鑑於專案執行的環境條件日趨複雜且多元的情況下，每項作業時程的時間是無法掌控，隨每項工作時程的不確定性，專案作業時間具有高度的不確定性，使得專案完工時間無法準確的預估，專案管理者無法較準確的計算專案完工時間的預測及成本的預估，不僅會造成專案在時間上的拖延，更會讓專案所投入的成本負擔增加。對於專案管理者而言，就必須在專案中的每個執行環節的時間點上予以精確的評估。然而專案的作業數量非常龐大，且其執行時間並非固定，通常為一隨機變數，該時間變數亦會受外在所投入之資源量而有所改變，因此專案完成時間之估算及量化分析並非易事。

對隨機性專案網路而言，作業完成時間通常是不確定性，意為一時間隨機變數，有其個別的機率分配函數(Probability distribution function, pdf)，因此整個專案完成時間為一機率分配函數。而機率主要分兩種類型：客觀機率 (objective probability) 和主觀機率 (subjective probability)。客觀機率試驗所有可能之結果的集合，則某一特定事件發生的機率即為該特定事件中所含的結果之個數與所有可能結果的總數比值，這項機率稱為客觀機率或古典機率(classical probability)或事前機率 (p priori probability)。客觀機率的另種表現方式是以相對次數 (relative frequency)，相對次數是建立在長期或多次試驗中某一特定事件出現次數上。主觀機率主要探討此事件的機率，相對次數不可用，則必須依賴個人的信念、經驗和知識去評估事件發生機率，此項經評估而得的機率並沒有根據事前或過去的證據，稱之為主觀機率。主觀機率的分析是很普遍，決策者在沒有現成資料可用情況下去考慮成功或失敗的機率，無法與客觀機率那樣的精確。因此，執行機率分析時客觀機率將提供較一致的結果。



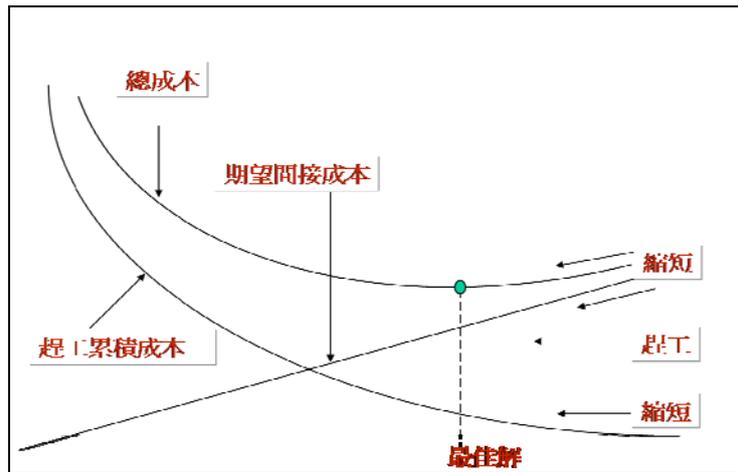


圖 1-1 趕工與未趕工之成本動態圖

現實生活中，每一專案會有相互衝突的地方，然而在資源有限情況下，為避免減少衝突造成之不必要損失，專案必須設法如期完成，在有條件限制下，尋找其最大利潤。學者林金面（2002）提出工程進度一旦落後，則必須擬定趕工計畫，加緊趕工進度，才能達到進度之要求。一般工程在趕工情形下，成本將急速增加，其原因如下：1.採用與施工量不能比例之付款方式，如加班費、獎金。2.消耗性材料之使用量與施工量不成比例。3.材料之調度與施工量之急增不能配合，造成人力、機具空閒或增加材料單價。4.趕工作業效率差，例如體力透支、夜間施工視線不良。5.配合趕工增加機具設備。Kelly（1961）提出作業的趕工時間與成本為線性關係，以要徑法配合線性規劃求解趕工時間成本，並用於作業時間與時間成本間的線性關係。Yau 與 Ritchie（1990）指出完善的趕工排程方法應包含對資源的有效利用計畫、需滿足預定的完工時間限制及具備多種可供專案管理人員彈性選擇方案等三種條件。依據上述種種說明，有關時間與成本間的關係若以線性關係描述常與實務狀況不合，因此本研究對趕工的時間成本以非線性函數加以設計討論以符合實務現況。由於非線性趕工成本的加入考量，使模式由一般線性規劃模式轉變成非線性規劃模式，再加上部分整數變數的要求使模式轉換成 Integer Nonlinear Programming (INLP) 的模式。而 INLP 模式複雜度可觀，本研究中藉由 Lingo9.0 extended version 套裝軟體語法進行模式建構，使這項複雜的 INLP 模式落實，並藉由軟體內建之 Global Solver 進行求解，確保最佳解的取得。

貳、符號說明

一、符號介紹：

i ：作業編號， $i=1,2,\dots,n$ ；其中 n 代表作業總數。

(i, j) ： i 與 j 均為作業編號，而 (i, j) 表示 j 作業為 i 作業完成後的下一個需執行的作業。

K_i ： i 作業趕工成本。

M_i ： i 作業最大可縮短時間。

T_i : 不考慮趕工下的 i 作業正常進行所需時間。
 X_i : X_i 代表專案開始時間 (即時間 0) 至執行完成 i 作業所需的時間。
 ES_i : i 作業在趕工考量下的最早開工時間。
 EF_i : i 作業在趕工考量下的最早完工時間。
 LS_i : i 作業在趕工考量下的最晚開工時間。
 LF_i : i 作業在趕工考量下的最晚完工時間。
 EES_i : i 作業在非趕工考量下的最早開工時間。
 EEF_i : i 作業在非趕工考量下的最早完工時間。
 LLS_i : i 作業在非趕工考量下的最晚開工時間。
 LLF_i : i 作業在非趕工考量下的最晚完工時間。
 $LTASK$: i 專案的總作業個數。

二、決策變數：

Y_i : i 作業在趕工考量下所縮短時間。
 $Z_i(Y_i)$: i 作業趕工考量下的單位時間趕工成本，其中 $Z_i(\cdot)$ 為 Y_i 的函數，
 亦即 $Z_i(\cdot)$ 與 Y_i 的值有關。

參、模式架構

本研究擬以探討專案管理的排程規劃問題。根據上節所介紹的參數與變數，以下將以數學規劃方式，建構一個以成本極小化為目標之最佳專案管理排程模型。

$$\min \sum_i Z_i(Y_i) \times Y_i \quad (1)$$

s.t.

$$ES_i = EES_i = 0 \quad \forall i = Initialization \quad (2)$$

$$EES_j = \max\{(i, j) | EEF_i \quad \forall i \neq Initialization\} \quad (3)$$

$$ES_j = \max\{(i, j) | ES_i + T_i - Y_i \quad \forall i \neq Initialization\} \quad (4)$$

$$EEF_i = EES_i + T_i \quad \forall i \quad (5)$$

$$LLF_i = LLS_i + T_i \quad \forall i \quad (6)$$

$$LLF_i = \min\{(i, j) | LLS_j \quad \forall i \neq LTASK\} \quad (7)$$

$$X_j \geq \begin{cases} T_j - Y_j, & \text{if } j = Initialization \\ X_i + T_j - Y_j & \forall (i, j) \text{ and } j \neq Initialization \end{cases} \quad (8)$$



$$LS_i = \begin{cases} EF(LTASK) - T_i + Y_i, & \text{if } i = LTASK \\ \min\{(i, j) | LS_j - T_i + Y_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$LLF(LTASK) = EEF(LTASK) \quad (10)$$

$$LF(LTASK) = EF(LTASK) = X(LTASK) \quad (11)$$

$$\sum Y_i \geq LLF(LTASK) - X(LTASK) \quad (12)$$

$$LF_i = LS_i + T_i - Y_i \quad \forall i \quad (13)$$

$$EF_i = ES_i + T_i - Y_i \quad \forall i \quad (14)$$

$$Y_i \leq M_i \quad \forall i \quad (15)$$

$$ES_i, Y_i, LS_i \geq 0 \quad \text{且爲整數} \quad (16)$$

方程式 (1) 中 $Z(Y) \cdot Y$ 可表示 i 作業在趕工可縮短時間考量下的趕工成本。方程式 (1) 爲本模式之目標函數式，本研究追求總趕工成本最小化爲主要目標。方程式 (2) 中 $ES_i = EES_i = 0 \quad \forall i$ Initialization 表示初始作業在趕工與未趕工考量下的最早開工時間均爲零。方程式 (3) $EES_i = \max\{(i, j) | EEF_i \quad \forall i \neq \text{Initialization}\}$ 表示未考量趕工下作業 j (此作業不爲初始作業) 的最早開工時間爲其所有前作業 i 中擁有最大最早完工時間者。方程式 (4) 中 $EES_i = \max\{(i, j) | ES_i + T_i - Y_i \quad \forall i \neq \text{Initialization}\}$ 表示作業 j (此作業不爲初始作業) 在趕工考量下，所有前作業 i 中擁有最大最早完工時間者爲 j 作業的最早開工時間。方程式 (5) 表示作業 i 在未趕工考量下之最早完工時間等於該作業的最早開工時間加上作業所需時間。方程式 (6) $LLE_i = LLS_i + T_i \quad \forall i$ 代表作業 i 在未趕工考量下之最晚完工時間等於該作業的最晚開工時間加上作業所需時間。方程式 (7) $LLF_i = \min\{(i, j) | LLS_i \quad \forall i \neq LTASK\}$ 代表作業 i (此作業非終作業) 在未趕工考量下，所有後作業 j 中選擇擁有最小最晚開工時間者爲 i 作業之最晚完工時間。方程式 (8) 代表在趕工考量下作業 j 的完工時間 (此時間由專案開始即加以計算)。方程式 (9) 代表專案中各作業 i 在趕工考量下的最晚開工時間運算式。方程式 (10) $LLF(LTASK) = EEF(LTASK)$ 代表終作業 ($i = LTASK$) 時不考慮趕工下的最晚完工時間會等於最早完工時間。方程式 (11) $LF(LTASK) = EF(LTASK) = X(LTASK)$ 表示終作業 ($i = LTASK$) 在考量趕工時，其最晚完工時間、最早完工時間及考量趕工下的作業完成時間三者均會相等。方程式 (12) $\sum Y_i \geq LLF(LTASK) - X(LTASK)$ 所有專案中各作業縮短時間的總和要大於等於專案的整體縮短時間。方程式 (13) $LF = LS_i + T_i - Y_i \quad \forall i$ 表示作業 i 在趕工考量下的最晚完工時間運算式。方程式 (14) $EF = ES_i + T_i - Y_i \quad \forall i$ 表示作業 i 在趕工考量下的最早完工時間運算式。方程式 (15) $Y_i \leq M_i \quad \forall i$ 表示作業 i 趕工時間不得大於 i 作業的最大可容許趕工時間。方程式 (16) $ES_i, Y_i, LS_i \geq 0$ 爲非負且爲整數之限制式。綜上述各式可知，本模式乃屬於一整數非線性規劃(INLP)問題。



肆、數值範例與模擬分析

本研究是針對專案的工作站作業時間估算，進而推估整體專案最早完工時間估算，當工作站的作業時間不確定且歷史資料匱乏下，無法確定各個工作站作業時間完工時間，以致於專案管理者沒有正確資訊對專案完工時間得估算符合任務上的需求，將能更進一步評估是否需進行趕工或增加成本預算，才能實現企業整體目標之達成。總之，估算專案完工時間後配合目標達成需求，制訂決策方案評估與執行將能達到專案最大效能。估算隨機性專案網路完成時間最常用且熟悉的工具為計畫評核術(Program Evaluation and Review Technique, PERT) 與要徑法 (Critical Path Method, CPM)，因該方法單純且估算容易，備受工商企業界普遍應用。因此，傳統上有關專案網路機率性分析習慣使用 Beta 機率分配作為估計方式。既然 Beta 機率分配為最佳而工作站作業時間的不確定性，所以假設每一個工作站作業時間為一隨機變數，且更進一步假設這些工作站作業時間皆呈 Beta 分配，符合學者 Williams(1962)建議作業時間應使用 Beta 分配為最佳。Beta 分配是較為彈性的機率分配，沒有預定的形狀是可以左偏、對稱或右偏的機率分配圖形且是一連續型分配，而假設作業時間是服從 Beta 分配，並計算其平均值與變異數，由於 Beta 分配是使用 a、m、b 三種數值來描寫作業時間，而 PERT 最常用的作業時間機率分配之假設(即 Beta 機率分配)。而專案之完成時間可能會被其他變化因素之完工時間提前或延後，使不確定性再度相對於其他較受了解之活動而增高，專案管理者必先探討的問題是：整個專案期望完工時間為何，既然工作站作業時間不確定相對造成專案完工時間亦不確定。若專案在指定時程內完工機率為何，當指定時程時達成機率較低時，決策者需考量資源的分配與時間成本評估。而這些問題皆須先透過專案完工時間估算後，評估是否執行趕工任務的策略，以達到企業需求目的。

專案大多數是不重複的，它的網路幾乎是唯一的，因此少有工作站作業完成時間歷史資料可用來預測，使無法估算準確的網路中各工作站的作業時間平均數、變異數進行專案時間的估算，既然沒有較多的資訊提供以利管理者去推估作業時間，所以本研究提供較為可靠方法推估工作站的作業時間，本研究係以一擁有 15 個工作站作業之專案，當工作站作業完成時間之歷史資料匱乏下，且工作站作業時間為不確定時，無法正確估算作業完成時間導致於完工時間高估或低估，影響專案管理者對專案的控制規劃，產生資源與成本的增加或浪費，更嚴重會造成該專案成為企業整體發展之阻礙與錯誤的決策。

表 4-1 專案作業表

作業編碼	專案前置作業	趕工成本	急迫成本	作業編碼	專案前置作業	趕工成本	急迫成本
A	-	60	70	I	E,F	70	80
B	-	70	80	J	E,F	40	50
C	-	40	50	K	G	40	50
D	A	40	50	L	H,I	50	60



E	B	50	60	M	E,F	40	50
F	C	40	50	N	J,K	50	60
G	C	50	60	O	L,M,N	30	40
H	D	60	70				

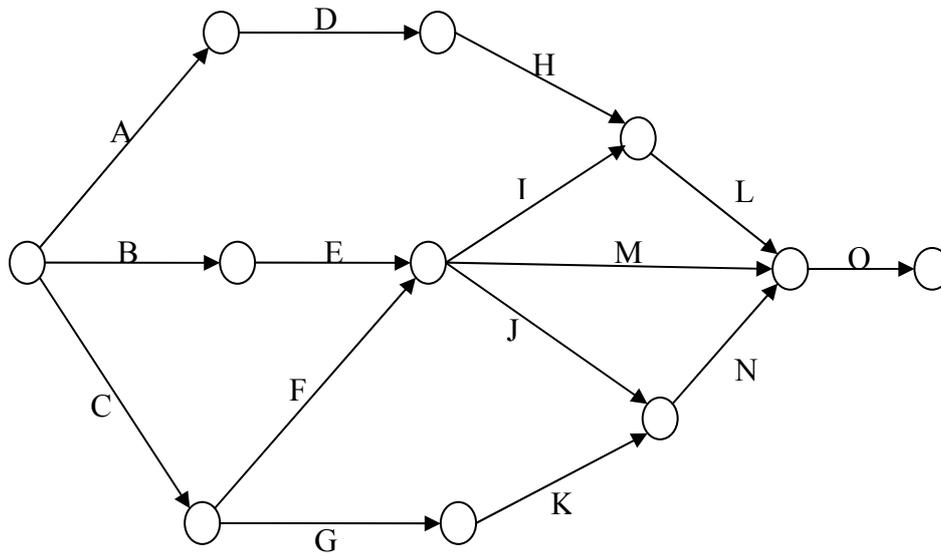


圖 4-1 專案網路圖

4.1 專案網路圖中工作站之作業期望時間

傳統上有關專案網路機率性分析習慣使用 Beta 機率分配作為估計方式。既然 Beta 機率分配為最佳而工作站作業時間的不確定性，所以假設每一個工作站作業時間為一隨機變數，且更進一步假設這些工作站作業時間皆呈 Beta 分配，符合學者 Williams(1962) 建議作業時間應使用 Beta 分配為最佳。Beta 分配常用於專案規劃給定期望的完成時間評估可能的完成時間，且 Beta 分配為連續型隨機變數，而隨機變數之平均數又稱為期望值，也就是說該期望值即為母體平均數，所以運用 Excel 統計函數之機率分配函數中 Betainv 函數可傳回累加 β 機率密度函數值，Betainv 函數是使用反覆計算的技巧所得函數值，所以給定機率值則可得其函數值，且 Beta 分配的兩個參數 $\alpha > 0$ 及 $\beta > 0$ 之條件得 Beta 分配的隨機變數機率密度函數。就統計學原理而言，若將 Beta 分配圖來看，期望時間是整個機率面積二等分的中心點，表示該作業期望時間左邊有 50% 機率，右邊亦相同有 50% 機率，所以在工作站作業時間實際完成時間的機率設定為 0.5，所得的機率密度函數為期望值即為母體平均數，得到平均數後既可用得知作業時間之機率分配為 Beta 分配，將專案工作站作業時間分配之期望值代入的標準 PERT 公式：

$$\text{期望值： } E(y) = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (17)$$



$$\text{變異數} : \text{Var}(y) = \frac{(b - a)^2}{36} \quad (18)$$

在這兩公式是對 Beta 分配的平均數與變異數提供一個合理的估計，因此，得表 4-2 專案網路中工作站隨機作業時間的期望值與變異數及最大值和最小值。轉換成 Beta 分配的機率密度函數製成圖表，由專案網路圖表中發現專案網路中 A、B、C、D 等與其它工作站作業時間皆為右偏分配。而一旦有網路工作站作業期望時間，就可進行計算找出作業排程最長要徑與專案完成的時間，找出作業要徑及專案期望完工時間後，分析作業時間變異對專案完成時間影響。

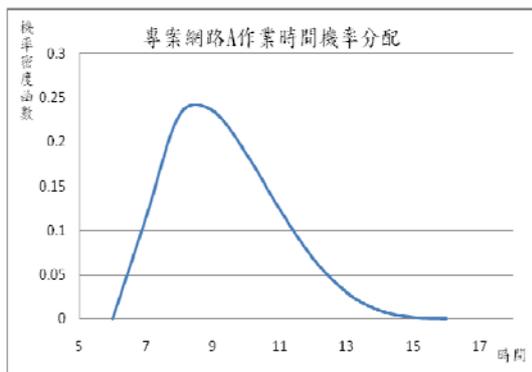


圖 4-2 專案網路工作站作業時間機率分配圖

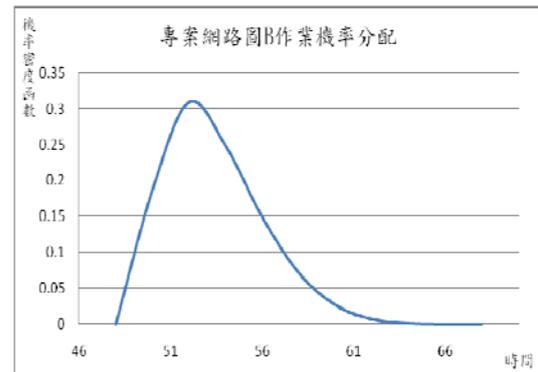


圖 4-3 專案網路圖工作站作業時間機率分配圖

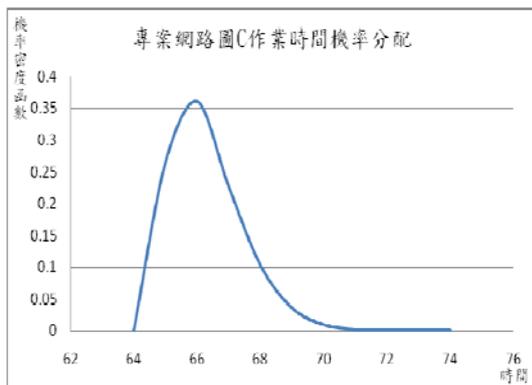


圖 4-4 專案網路工作站作業時間機率分配圖

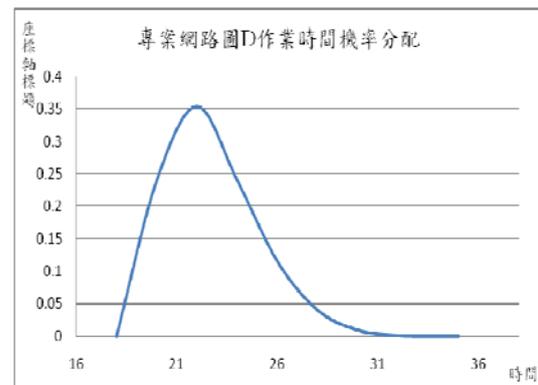


圖 4-5 專案網路工作站作業時間機率分配圖

就在現實層面看，對隨機性專案網路而言，作業時間通常不是固定不變的，意即為一時間隨機變數，有其個別的機率分配函數(Probability distribution function, pdf)，因此整個專案完成時間也必定為一機率分配函數。雖然 PERT 使用上非常方便，能夠很快的估計出專案的完成時間，然而針對假設條件及機率的分析中，似乎又顯得粗略。專案管理者而言最重要的決策就是要能夠準確的評估出專案完成時間，這在確定性(Deterministic)的專案網路而言，可利用 CPM 技術便可輕而易舉的求出專案完成時間。但這種變異是不具彈性的 PERT 模式，因為整體重要路徑時間分配是路徑作業時間分配的機率函數。



表 4-2 專案作業工作站隨機作業時間的平均數與完工時間最大值和最小值

工作站	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
期望時間	8.64	52.02	65.62	21.42	61.70	16.70	53.02	34.85	38.30	39.53	53.42	20.91	65.21	41.70	48.97
變異數	2.78	11.11	2.78	8.03	5.44	5.44	11.11	1.36	1.78	0.11	8.03	3.36	1	5.44	1
最大值	16	68	74	35	72	27	69	40	45	41	67	29	70	52	54
最小值	6	48	64	18	58	13	49	33	37	39	50	18	64	38	48

4.2 專案完成時間之機率分配

將工作站隨機作業時間的平均數與變異數及時間最大值和最小值，代入 Beta 分配的平均數及變異數用三時估計求得近似值，而作業時間的三時估計分別為最可能時間 (m)、樂觀時間 (a) 及悲觀時間 (b)，得知各作業工作站隨機作業時間的期望時間及最大值和最小值再將該數據投入數學模式中計算得專案最早完工時間。將設可能完工時間為該工作站作業期望時間，再設樂觀時間為該工作站作業時間的最小值，及設悲觀時間為該工作站作業時間的最大值。然後依序將最可能時間(m)、樂觀時間 (a) 及悲觀時間 (b) 數據由模式中計算。經 Lingo 9.0 extended version 套裝轉體進行專案的完工時間模式建構，得最可能時間也就是要徑個別作業時間計算的總和為專案期望時間 263，並且專案最可能時間最長要徑為 C-G-K-N-O。在專案網路圖中要徑期望時間的變異性，將以最長要徑變異數加總和表達，為該專案工作站作業路徑的新變異數，所以當要徑作業時間的變異會使得專案完工時間產生變化，若是變異造成要徑時間比期望時間長，則專案會延期完成，反之會提早完工。本研究專案期望時間最長要徑為 C-G-K-N-O 時其變異的總和為 $\delta^2 = \delta_c^2 + \delta_g^2 + \delta_k^2 + \delta_n^2 + \delta_o^2 = 28.36$ ，該最長要徑的標準差為 $\sigma = \sqrt{28.36} = 5.33$ ，已得知專案期望完成時間與標準差。已得知專案最可能時間完成時間後，利用標準差計算方式可以得到以下說明，當 1 δ 標準差時專案期望時間在 258 至 268 單位時間有 99% 的機率，當 2 δ 標準差時專案期望時間在 253 至 273 單位時間有 95% 的機率，當 3 δ 標準差時專案期望時間在 248 至 278 單位時間有 68% 的機率，專案管理者當檢視專案目標期望時間的機率過低時，且期望時程不符合目標完成時間條件則需執行趕工任務，進行下步驟模擬專案趕工時間。



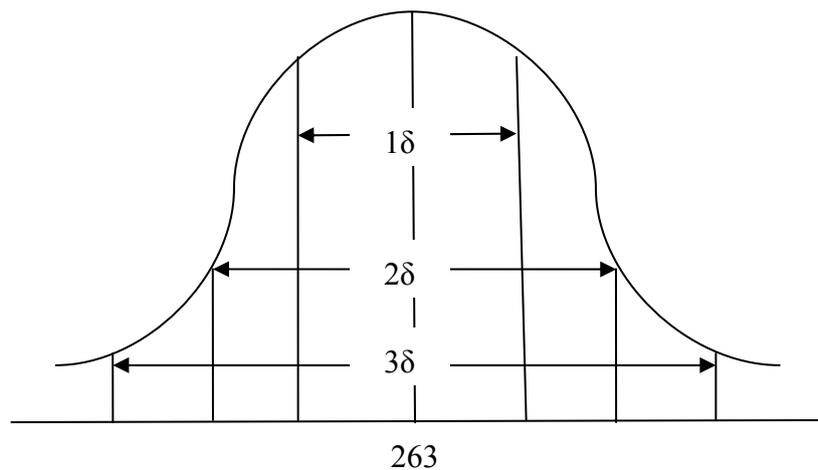


圖 4-6 專案常態機率分配

4.3 專案趕工成本

本文研究個案將探討趕工成本為階梯函數的情況，在某縮短作業時，作業趕工成本隨縮短時間的不同進入不同的單位成本階段。再者由於資源分配數量的不同，相對造成時間成本亦有所不同。縮短時間的數量增加某個程度，當要更進一步的縮短時間，必然會增加單位趕工成本，作站作業的趕工成本分為兩項，一為趕工成本另一為急迫性趕工成本，且每工作站因趕工所增加成本預算進行估計預測研究，透過數學模式的運算分析趕工最早完工時間，得知執行趕工縮短作業時間所需增加的趕工成本。因上述原因，本研究並以非線性間斷型函數階梯函數作為各作業之趕工成本函數。這種非線性函數的加入使整體模式的難度向上提昇，而值得慶幸的是由於 Lingo 9.0 extended version 的強大運算能力使得此類繁複的問題得以順利求解。設各工作站作業最大趕工時間為該作業時間可縮短 10%、20%、30%、40%、50% 等的作業時間模式，讓專案管理者有多重考量該執行多少需趕工時間。透過 Lingo 9.0 extended version 套裝轉體進行專案趕工的模式建構，成功的選用該軟體內建之 Global Solver 進行全域最佳解(Global Optimum Solution)之求解，得知專案期望時間為 263。當進行趕工狀況時，設完工時間縮短 10%、20%、30%、40%、50% 等計算作業完成時間與成本增加量。縮短預訂工期的政策條件下達時，茲因趕工會造成專案要徑的部分作業時間改變，而這樣的改變會促使專案中的其他路徑在縮短完工時間的因素下，會與原先的要徑同時變為該專案中的最長路徑。換言之，除了原先的要徑(Critical Path)外，專案將會出現另外其他要徑，可由模擬結果呈現在主要的要徑上變化，可使專案管理者瞭解網路圖上的作業的時間縮短量及該付出多少成本才能達成趕工目標，並藉由專案趕工時間來衡量制訂作業趕工的策略時間，透過趕工策略在內時間完成專案作業時間。由表 4-3 專案趕工成本模式得知本研究之專案完成時間縮短時，該專案要徑上的變化及需增加多少趕工成本。而各作業縮短時間是配合整體作業流程進行縮減，使整體趕工時間能符合目標趕工時間而所做的改變。趕工縮減作業時數的情形方式為：首先在第一階段主要是主要徑 C-G-K-N-O 上工作站作業時數的縮減，接著當主要徑已進行趕工縮減後以無可縮減時，此時專案欲再進行整體時數的縮減，專案的



要徑將不再只有一條，而產生第二條要徑 B-E-J-N-O 出現，則必須同時將這兩條要徑同步進行縮短才可達到專案完工時間縮減，因同時縮短時間之故，相對地加速了縮減作業時間導致趕工成本的增加。為了達成趕工時間的縮短，結果說明因涉及趕工所需縮減總作業時間，必須是以專案要徑上的作業為主要縮減作業時間的對象，其目的達到趕工目標時間。探討趕工造成增加縮減作業時間的成本乃是當務之急，生產最終的目的與銷售一樣要有合理的利潤，因此作業規劃的制定一定要考慮成本效能才能達到經濟效益。

表 4-3 專案趕工成本

	完成時間	要 徑	趕工成本
期望完成時間	263	C-G-K-N-O	0
完成時間縮短 10%	239	C-G-K-N-O	1070
完成時間縮短 20%	213	C-G-K-N-O B-E-J-N-O	3380
完成時間縮短 30%	188	C-G-K-N-O B-E-J-N-O B-E-M-O	5800
完成時間縮短 40%	160	C-G-K-N-O B-E-J-N-O B-E-M-O	8870
完成時間縮短 50%	137	C-G-K-N-O B-E-M-O B-E-J-K-N-O B-E-J-N-O	12330

伍、結論

專案大多數是不重複的，因此在工作站作業完成時間的歷史資料匱乏下，導致專案完成時間無法正確估算，而影響專案管理者對專案的控制與規劃產生資源與成本的增加及浪費，更嚴重會造成該專案成為企業整體發展之阻礙。專案工作站作業完成時間不確定性，以不同的專案工作站作業完成時間下的考量專案完工時程的預測問題，然而提出最適的專案趕工成本考量。

本研究主要貢獻如下：當專案工作站作業完成時間的歷史資料匱乏下估算專案作業的期望時間，更進一步考量非線性趕工成本的情況下，將使決策模式變成更加複雜的線性整數規劃 INLP (Integer Nonlinear Programming) 數學模型，而本 INLP 模式將更符合實務專案現況的描述，求得所需增加趕工所造成的成本增加。此外，本研究採用計劃評核術 (Program Evaluation and Review Technique, PERT) 與要徑法 (Critical Path Method, CPM) 針對專案評估所需的期望時間後，進而專案在所需的時間內完成，並提供算出專案之縮短時間，及各縮短時間之最佳趕工成本，因此可為決策者提供出成本預算考量下最適趕工模式。本研究透過 Lingo 9.0 extended version 套裝轉體進行專案趕工的模式建構，成功的選用該軟體內建之 Global Solver 進行全域最佳解(Global Optimum Solution)之求解。因



此，建議未來研究者可以針對上述現象進行動態模式的建構，對於特殊設備需求下的趕工規劃以及人力有限考量下的趕工規劃等情況，也是未來研究者可考量的建模方向。

參考文獻

1. 潘南飛、黃冠智(2004)工程科技與教育學刊 第一卷 第二期 pp. 173-183.
2. 陳銘崑、許世朋(2004) Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, Vol. 21, No. 2, pp.167-176.
3. 傅和彥(2005)，「生產與作業管理：建立產品與服務標竿」第四版，前程出版事業有限公司。
4. 林金面(2002)，「營建管理學」，文笙書局。
5. 褚文明 (2007)，「隨機性專案網路在完成時間機率分佈及最佳化資源分配之研究」，東海大學工業工程與經營資訊研究所博士論文。
6. Amir Azaron and Reza Tavakkoli-Moghaddam(2007) European Journal of Operational Research 180, pp.1186-1200
7. Brucker, P., Drexl, A., Mohring, R., Neumann, K., Pesch, E., 1999. Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods. European Journal of Operational Research 112 (1), pp.3-41.
8. Chatzoglou, P., Macaulay, L., (1996.) “A review of existing models for project planning and estimation and the need for a new approach” , International Journal of Project Management, 14, 173-183,
9. Coppendale, J., (1995) “Manage risk in product and process development and avoid unpleasant surprises” , Engineering Management Journal, February, 35-38,
10. Ghaleb Y. Abbasi and Adnan M. Mukattash(2001) International Journal of Project Management 19, pp.181-188.
11. Hiller, F.S., & Lieberman, G.J. (1990). Introduction to mathematical programming. NY: McGrawHill Publishing Company.
12. Jiaqiong Chen , Ronald G. Askin (2009) European Journal of Operational Research 193, pp.23 - 34.
13. Kamburowski, J., (1987) “An overview of the computational complexity of the PERT shortest route and Maximum flow problems in stochastic networks” , Stochastic in Combinatorial Optimization, World Scientific Publishing, Singapore,
14. Kelly, J. E., Jr. (1961). “Critical path planning and scheduling: mathematical basis.” Operations Res., 9(3), pp.167-179.
15. Kolisch, R., Hartmann, S., 2006. Experimental investigation of Heuristics for resource-constrained project scheduling: An update. European Journal of Operational Research 174 (1), pp.23 - 37.
16. Taha, H. A. (1992). Operation research: An introduction, New York: Macmillan.



17. William, T.M., “Practical use of distributions in network analysis” , Journal of the Operational Society, 43/3, 265-270, 1962.
18. Yau, C., and Ritchie, E. (1990). “Project compression: A method for speeding up resource constrained projects which preserve the activity schedule.” Eur. J. Operational Res., 49(1), pp.140-152

