

幾何圖形介面教學對於增進幼兒推理思考能力之研究

A Study on the Effects of the Teaching of Geometric Shape Interface on the Promotion of Young Children's Reasoning Abilities

郭春在* 鄭雅濤**

Chuen-Tzay Kuo* Ya-Ching Cheng**

*南華大學幼兒教育學系 助理教授

**南華大學幼兒教育學系 研究生

摘要

本研究旨在探討運用幾何圖形介面教學對增進幼兒推理思考能力之成效。以準實驗研究法針對幼稚園大班幼兒，進行幾何圖形介面教學，藉由介面操作提示，引導幼兒推理思考歷程與學習潛能。研究目的包括：1、探討幾何圖形介面教學對增進幼兒推理能力之成效。2、探討幼兒經幾何圖形介面教學引導，其推理思考能力之遷移情形。研究結果：1、幾何圖形介面教學對提升幼兒推理思考能力有顯著成效。2、幾何圖形介面教學對幼兒推理思考能力有顯著遷移效果。

關鍵詞：幾何圖形、幼兒、推理思考能力

Abstract

The aim of this study is to investigate how the teaching of geometric shape interface influences the promotion of young children's reasoning abilities. Quasi-experimental research was used to conduct geometric shape interface teaching of senior-grade young children in kindergartens. The young children were guided to think about their reasoning process and learning potential through the hints of interface operating. There are two purposes of this study; 1. to investigate the effects of geometric shape interface teaching on the promotion of young children's reasoning abilities; 2. to investigate the transfers of young children's reasoning abilities after the guidance of geometric shape interface teaching. There are two main research results: 1. the teaching of geometric shape interface has significant effects on the promotion of young children's reasoning abilities; 2. the teaching of geometric shape interface causes significant transfers of young children's reasoning abilities.

Keywords: Geometric Shapes, Young Children, Reasoning Abilities

一、研究動機與目的

日常生活中，常需要進行推理思考，以幫助我們瞭解事情的前因與後果，例如午餐時正決定有沒有足夠時間到郵局一趟，你不只要考慮郵局有多遠、午餐時間有多久、你能走多快，以及過程中是否有什



麼可能造成耽擱的因素；亦即，到郵局之前須進行許多前因後果的推論，以決定是否到郵局一趟。因此，推理思考能協助個體清楚知悉所處環境的因果事件，且是問題解決的一項重要能力（涂金堂，1999）。而從幾何圖形的學習與認知對學生的推理與論證之發展，有其重要性。張英傑與陳創義（2003）認為幾何圖形的學習應從兒童生活經驗中所熟悉的形體入手，藉由本身的知覺、經由操作與實測，以察覺、辨識形體的組成要素及其形體間的關係，進而能確定空間的基本概念，掌握幾何基本性質，以進行簡單的推理思考。由於學齡前幼兒之推理思考能力尚屬於Piaget認知發展階段之前運思期階段，此期幼兒的推理能力是以直接的方式進行，或是接近性為基礎來進行推論。Van Hiele夫婦(1957)根據Piaget的觀點發展出之思考模式，認為幾何圖形思考有一定的發展層次，而經由教師的適當引導，幼兒可由較低的思考層次逐步提升至較高的思考層次。而從Crowley(1987)也對Van Hiele幾何圖形思考層次提出五個特徵中發現幾何思考進階的影響因素，教學因素比年齡因素的影響來的大，因此適當的教學可提升幼兒的幾何概念。

基於以上所述，遂激起本研究進行幾何圖形介面教學對幼兒學習與發展潛能之動機，希望探究幼兒推理思考的發展狀況及效益如何。具體而言，本研究目的如下：

1. 探討幾何圖形介面教學對增進幼兒推理能力之成效。
2. 探討幼兒經幾何圖形介面教學其推理思考能力之遷移情形。

二、名詞詮釋

1.幾何圖形

幾何圖形是指由不同的邊長、角度組合而成千變萬化的形狀。

本研究所指的幾何圖形是指平面圓形、四方形、三角形及立體四方形積木等設計於教學中讓幼兒操作與解題之形狀。

2.幼兒(children)

所謂幼兒，發展心理學家 Hurlock(1978)認為幼兒期(early childhood)是指二歲至未滿六歲的幼兒；Erikson(1963)認為幼兒期是指二歲至三歲的幼兒。

本研究所指的幼兒係指年齡五歲至未滿六歲之幼稚園大班幼兒。

3.推理思考

推理思考是指能以某種原則為基礎，由已知之事項，推求未知之結果，因此推理思考活動是一種尋求因果關係的心理歷程。

本研究所指的推理思考是藉由幾何圖形介面中的規則或邏輯，循序漸進的推導出合理的答案，得分越高，表示推理思考能力越強。

三、文獻探討

1.推理思考能力

推理是透過邏輯的推論，來探討前因與後果的關係。張春興（1995）認為推理是「按邏輯規範推理思考的歷程，亦即在解決問題時合理思考的歷程」，所以推理是一種個體運用心理思考的活動，依循一定的邏輯規範來解決問題。



Rosser (1994) 認為推理思考能力是個體能從舊有的資料中，思考出新訊息的過程，且根據系統性的原則，在前提間建立起特殊關係。而Berk(2001)則認為推理思考能力係指個人在面對困境或遭遇到問題時，去思考所有影響解決困難問題的因素，並依這些因素提出解決問題的各種假設，再就各假設逐一去驗證，最後解決困境或問題的思考方法。

因此推理思考能力可以說是能以某種原則為基礎，由已知之事項，推求未知之結果，因此推理思考活動是一種尋求因果關係的心理歷程。

2. Piaget 之幾何認知發展觀

Piaget, Inhelder & Szeminska (1960)研究幼兒幾何概念發展，認為幼兒隨著年齡的增長對於空間知覺能力的進展，呈現出漸進分化之三個階段的幾何性質：

(1) 拓樸學概念階段(topological)：約 3 歲 6 個月~4 歲

此一階段相當於前運思期認知發展階段，此階段幼兒僅能掌握拓樸學的圖形概念，亦即只注意到圖形的內或外，及封閉的曲線而已，忽視其正確的形狀。例如要求幼兒模仿畫出正方形，往往畫成渾圓的型狀，甚至畫成近乎圓形。

此階段幼兒缺乏可逆性，因此幼兒無法以相逆次序來重建該次序，且當圖形被遮蔽時，幼兒便無法重繪圖形。

(2) 投影幾何階段(Projective)：約 4 歲~7、8 歲

此一階段相當於前運思期到具體運思期的認知發展階段，Piaget and Inhelder (1967)認為此期幼兒以自己本身所在的優越觀點視覺來看待外界的認知。例如原已確定是正方形的色紙，若置於相隔一段距離的遠處，幼兒則認為變成菱形、梯形，而且也變小了；如再拿回原來的的位置，幼兒卻又認為形狀和顏色回復原來的樣子。

(3) 歐基里得幾何學階段(Euclidean)：約 5 歲

歐基里得幾何學涉及到測量工作，與長度、距離、角度、直線、平行線等的保留有關，其中以長度與距離保留能力較為基本，特別是長度保留能力發展之後，自然能發展出測量的概念，乃因幼兒最初以最靠近自己的、最熟悉的工具如自己的手或身體來測量，Piaget 將此策略稱為「手的遷移」及「軀幹遷移」，之後隨著認知的發展，漸會使用量尺工具來輔助測量，此外，面積保留概念也約在此階段發展。

由以上三階段的幾何性質得知，Piaget 的研究重點在於幼兒發展幾何概念的思考模式上，且探討幾何概念形成的運思程序，從最先發展的拓樸學概念，繼而是投影幾何階段與歐基里得幾何學階段二者平行發展，屬年齡取向的階段論，且注重發展的過程。

3. 幼兒對幾何圖形的思考層次與特徵

Van Hiele 夫婦(1957)根據 Piaget 的觀點發展出「Van Hiele Levels」思考模式，認為幾何圖形思考有一定的發展層次，而經由教師的適當引導，幼兒可由較低的思考層次逐步提升至較高的思考層次，各思考層次的類型如下：

(1) 視覺期 (Visuality)：此層次的幼兒能透過圖形的整體輪廓去辨識，可依指定的圖形去辨認或再造一個相同之圖形，但無法利用圖形的特徵或組成要素來分析。

(2) 分析期 (Analysis)：此層次的兒童能分析圖形的特徵或組成要素，但無法解釋性質間的關係。



(3)非形式化的演繹期 (Informal deduction)：此層次的兒童能了解、掌握及運用構成圖形的各種要素，以建立圖形特徵的內在關係，且能進一步尋求圖形特徵，以及各種圖形間的包含關係。

(4)形式的演繹期 (Formal deduction)：此階段的思考可以透過非正式的論證或假設把先前發現的性質作邏輯聯結。

(5)嚴密期 (Rigor)：達此思考階段，可在不同的公理系統中建立定理，並且能分析或比對其系統中的特性。此層次並非一般人能達成，即使數學專家亦不易達成。

根據上述幾何圖形思考層次的內涵，瞭解幼兒階段對幾何圖形的理解是屬視覺期 (Visuality)，故本研究在設計幾何圖形時應配合幼兒的發展層次，藉由實物以豐富他們的視覺經驗。

另 Crowley(1987)對 Van Hiele 幾何圖形思考層次提出五個特徵：(1)序列性 (sequential)：幾何圖形思考的發展有一定的順序，從視覺期依序進階到嚴密期。

(2)進展性 (advancement)：幾何圖形思考的發展由某一層次進階到高一階之層次，其受到的影響因素，教學大於年齡的影響，因此適當的教學可提升兒童的幾何概念，但不可能使其跳躍過高一層次而達更高層次。

(3)言特性 (linguistics)：每一層次都有屬於自己的語言符號和這些符號的關聯系統。(4)不配合性 (mismatch)：處於不同思考層次的人彼此間不能互相結合與溝通。如學生無法了解或解決超越他們思考層次的問題。

5、內因性與外因性 (intrinsic and extrinsic)：在某一層次的性質是內在的，但可能到下一層次就變成外顯性。

根據上述幾何圖形思考層次的內涵，瞭解幼兒階段對幾何圖形的理解是屬視覺期 (Visuality)，且教學因素比年齡因素對於幼兒幾何思考進階的影響來的大。故本研究在設計幾何圖形時應配合幼兒的發展層次，藉由實物以豐富他們的視覺經驗，並透過適當的教學以提升幼兒的幾何概念。

4.圖形認知設計原則

Donald. A. Norman(1988)對認知設計原則有下列幾點：

(1)可辨性：藉由觀察使其使用者能夠辨認成品的狀態，以選擇應有的行為。

(2)良好的概念模式：設計者提供使用者一個良好的概念模型，其依循的是操作結果及前後一致的堅定不變的系統意象。

(3)良好的對應：決定行動與其結果間、控制與影響反應間及系統狀態與可辨性間等前後相關性。

(4)回饋：使用者可以獲得有關行動結果的充分且連續的回饋。

5.相關研究

Clements, Swaminthan, Hannibal, and Sarama (1999) 研究調查學齡前幼兒在圖形辨識中使用的分辨標準，此研究發現：三角形的辨識對年幼的幼兒來說是困難的。5 歲的幼兒比 4.6 歲的幼兒較能辨認出正確的三角形，但也有較多的 5 歲幼兒選擇有三邊凹或凸的弧形邊的圖形，誤認為是三角形；「圓」對幼兒來說是比較容易辨認，6 歲幼兒比其他年幼的幼兒表現較好，可是在橢圓形的辨認上卻容易認為是圓形；而在正方形和圓形的辨認比較起來，能正確辨認正方形的幼兒只有少數。

Mary (1999) 在「幼兒幾何圖形理解之發展」研究中發現：6 歲的幼兒在描述圖形定義時，比 4 歲和 5 歲的幼兒有較固定、前後一致的想法；而 4 歲和 5 歲的幼兒在測驗時容易改變他們的想法，原因可能是當他們原本熟悉、自發性的概念被干擾、擾亂，而改變其決定。在三角形的測驗中，幼兒對於雖然有三個邊但若邊長太長，就認為不是三角形，幼兒比較無法接受原型以外不同變化的三角形，



例如：不同比例、對稱、方位...等變化的三角形。

張麗芬（1997）以 60 位 4 到 6 歲的幼兒為研究對象，探討類比推理能力的發展情形。研究材料為 12 題 $A : B \equiv C : ?$ 的幾何類比題，這些類比題是由顏色、形狀、大小不同屬性構成的積木組合的。研究結果發現幼兒的類比推理能力會隨著年齡而上升，有發展上的趨勢，而且年齡較大的幼兒顯著比年齡較小的幼兒，使用更多的高階關係策略。

江淑卿（2001）以 60 位 6 歲與 7 歲的幼兒為研究對象，利用將教學納入評量情境中之動態評量，來促進幼兒類比推理能力，以及探討認知轉換階段幼兒在學習潛能評估中推理能力的改變歷程。研究結果顯示，動態評量可以促進 6 歲與 7 歲幼兒的類比推理能力，且對 7 歲幼兒在對應的歷程上進步最多。

White and caropreso（1989）以 24 位 4 歲和 5 歲低社經地位的幼兒為研究對象。探討幾何類比問題解題方法訓練對其解題的成效。訓練的主題包含三個連貫的部分，教學內容主要依據以 Sternberg 的成份分析理論為主。教學設計流程是依循明確的教學設計模式，包括在問題解決中強調老師講解說明，學生參與，不間斷的教師模範與回饋，以及學生學習。研究結果顯示，該類比訓練有助於學生在類比推理解題上的表現。

綜合以上研究，可歸納出學齡前幼兒的幾何圖形辨識與理解的發展，以圓形較容易辨識；而方形及三角形較不易辨識，且幼兒比較無法接受原型以外不同變化的三角形。因此設計幾何圖形於教學時，應考慮幼兒的發展限制。另外由推理思考的相關研究中發現推理思考能力會隨著年齡而上升，且可經由教學來促進幼兒的推理思考能力。因此，本研究設計幼兒可理解之幾何圖形介面於推理思考的教學中，藉由幾何圖形的變化來開啓幼兒更高層次之推理思考能力。

四、研究方法與設計

1. 研究方法

本研究採單組前後測之準實驗研究法進行實驗研究，研究設計之變項包括：

- (1)自變項：本研究之自變項為漸進提示的幾何圖形。
- (2)依變項：本研究之依變項為幾何圖形對增進幼兒推理思考能力之成效與遷移的影響。
- (3)控制變項：本研究之控制變項為大班幼兒。

2. 研究對象

以嘉義縣某一私立幼稚園大班幼兒一班，男生 9 人，女生 13 人，共計 22 人。經由前測活動篩選完全反應者（三個活動皆完成）5 人，以未完全反應之 17 人為對象來進行研究。

3. 研究工具

本研究以研究者自編之幾何圖形介面設計以瞭解幼兒推理思考能力的表現，本研究之研究工具分為以下三部分：

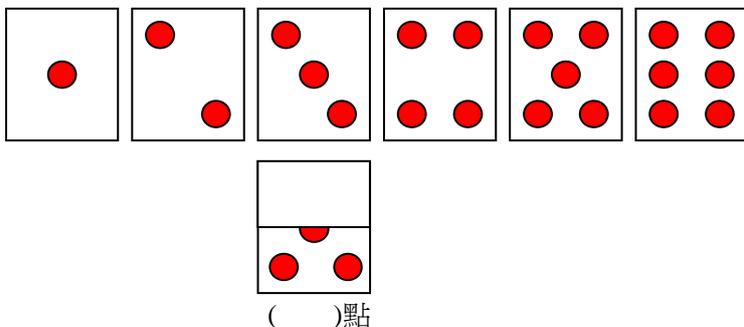


(1)前測解題介面圖形介面：

問題一：點數牌 1

提問：這張牌是幾點的牌。

請你指出蓋住的點在哪。



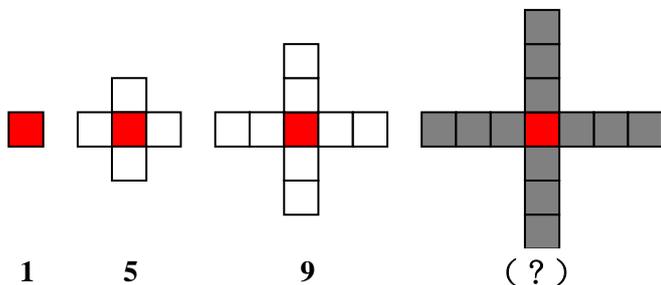
問題二：機器人加長手臂 1

提問：1 塊積木當機器人身體。

給 4 塊積木當機器人 4 隻手臂，共有？個積木。

再給 4 塊積木加在機器人 4 隻手臂上，共有？個積木。

那再給 4 塊積木加在機器人 4 隻手臂上來完成機器人，共有幾個積木？



(2)後測解題圖形介面：

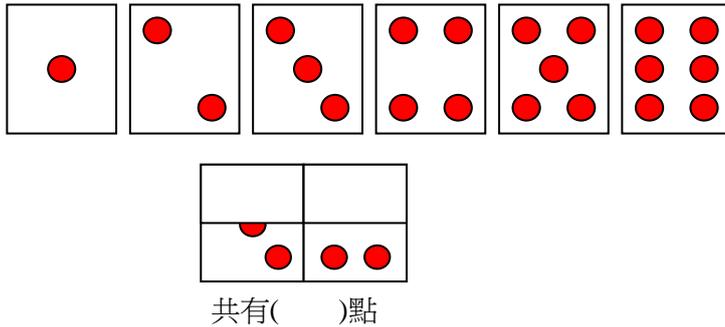
問題一：點數牌2

提問：第一張牌有幾點，第二張牌有幾點。

請你指出蓋住的點在哪？

這兩張牌共有幾點？





問題二：機器人加長手臂 2

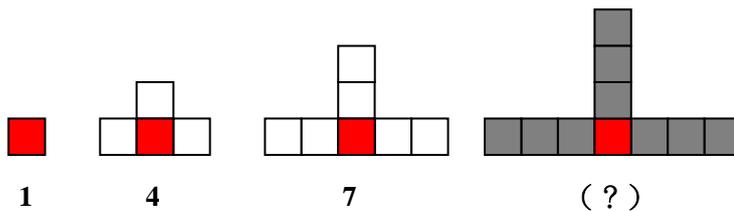
提問：1 塊積木當機器人身體。

給 3 塊積木當機器人 3 隻手臂，共有？個積木。

再給 3 塊積木加在機器人 3 隻手臂上，共有？個積木。

那再給 3 塊積木加在機器人 3 隻手臂上來完成機器人，共有幾個積木？

請問這個機器人有幾隻手臂。



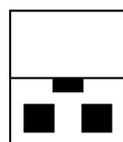
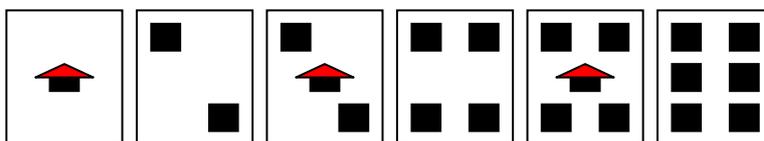
(3) 遷移能力解題圖形介面：

問題一：點數牌 3

提問：這張牌是幾點的牌？

有幾個正方形？

這張牌裡面有房子嗎？（正方形答錯才問）



()點，有幾個正方形
這張牌裡面有房子嗎?(正方形答錯才問)

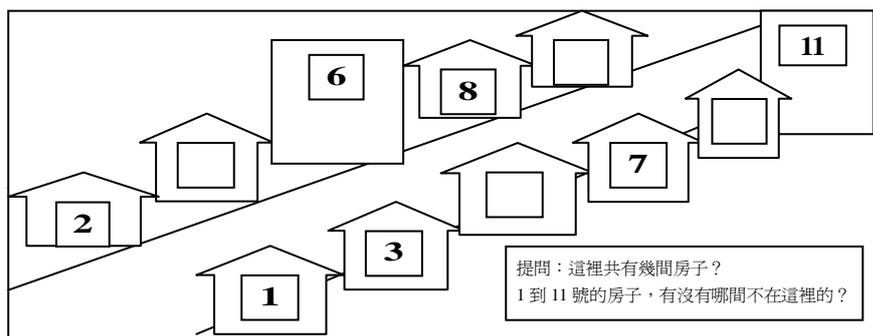
問題二：門牌號碼

提問：請將沒門牌的房子寫上號碼。

這裡共有幾間房子？

1 到 11 號的房子，有沒有哪間不在這裡的？





4.幾何圖形介面教學歷程

本研究為「前測—幾何圖形介面教學(後測)—遷移」一單組前後測之準實驗研究。實驗分三階段進行：施測過程中對幼兒觀察並互動對談，來瞭解幼兒推理思考的概況以及經策略教導之後的成效與遷移情形。

(1) 前測階段：

幾何圖形教學前一週，22 名幼兒均個別接受「點數牌1、機器人加長手臂1」之前測活動一次，每次5-10分鐘。以二個問題對幼兒提問與操作，並依反應程度給予5- 1分計分。由前測之解題(圖)活動篩選完全反應(二個問題皆完成者)者共5人，其餘未完全反應者共17人進行下一階段之幼兒解題(圖)漸進提示的幾何圖形教學。

(2) 幾何圖形介面教學階段：

經前測篩選後之17名幼兒個別再接受每週一次，每次10-15 分鐘，共3 次之幾何圖形教學。以「點數牌2、機器人加長手臂2」評量幼兒解題(圖)漸進提示的幾何圖形教學活動；而未經幾何圖形教學之幼兒(5人)則進行該幼稚園的一般活動教學。

動態評量之幾何圖形教學以幼兒解題(圖)方式予以之中介提示並依完成之層級給予計分。中介層級有 0-8 層，並依中介與提示的程度給以 8-0 分記分，且依實作表現給予 0-2 加分，如未達該階層能力者，逐漸往下一層級提示，如圖 1。

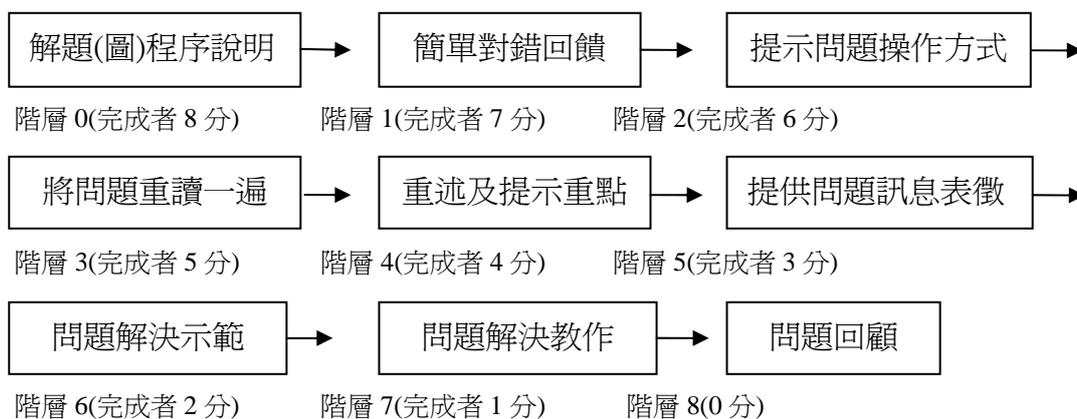


圖 1 幾何圖形介面教學流程圖

(3) 遷移階段：

於幾何圖形介面教學隔一週，17名幼兒再進行遷移活動的兩個問題「點數牌與門牌號碼」之評量，依作答程度予以8-0分記分，並依實作表現給予0-2加分。



5. 資料整理與分析

針對研究目的一、二，採描述統計，資料整理包括前測、後測、遷移之資料分數，再以成對樣本 t 檢定進行資料的分析，用來考驗受試者的進步情形是否達到顯著的差異，以驗證實驗處理之效果。以上分析均以 SPSS 12.0 for Windows 系統為之。

五、研究結果與討論

1. 幾何圖形介面教學對增進幼兒推理思考能力之成效分析

由表1所示，17名幼兒在幾何圖形的前測活動與教學後之推理思考能力的差異情形，經進行成對樣本 t 考驗，結果達統計上極顯著差異水準 ($t = -22.07, p < .001$)，幾何圖形之後測成績 ($M = 23.12$) 高於前測成績 ($M = 11.41$)，可見幾何圖形介面教學能有效提升幼兒推理思考能力。

表1 幾何圖形介面後幼兒推理思考能力之成對樣本 t 檢定分析摘要表

變項	成績	人數	平均數	標準差	t 值
推理思考能力	前測	17	11.41	1.80	-22.07***
	後測	17	23.12	2.52	

*** $p < .001$

2. 幾何圖形介面教學對幼兒推理思考能力之遷移情形

由表2所示，17名幼兒在幾何圖形之前測與遷移活動的推理思考能力的差異情形，採成對樣本 t 考驗，結果達統計上極顯著差異水準 ($t = -13.47, p < .001$)。顯示前測經介入之幾何圖形對遷移活動的推理思考能力具有遷移效果。

表2 幾何圖形介面對幼兒推理思考能力與遷移之成對樣本 t 檢定分析摘要表

變項	成績	人數	平均數	標準差	t 值
推理思考能力	前測	17	-6.00	1.84	-13.47***
	遷移	17			

*** $p < .001$

六、結論與建議

1. 結論

綜上所述，本研究結論如下：

- (1) 在幼兒推理思考能力之成效上：幾何圖形介面對提升17名幼兒推理思考能力達極顯著水準。
- (2) 在幼兒推理思考能力之遷移方面：幾何圖形介面對17名幼兒之推理思考能力達極顯著的遷移效果。

因此由本研究結果發現與江淑卿 (2001) 及 White and caropreso (1989) 等研究結果顯示，運用教學、動態評量與訓練均能促進幼兒的類比推理能力，可見藉由幾何圖形的變化可開啓幼兒更高層次之推理思考能力。

2. 建議

- (1) 幼教師在教學課程中，可融入多樣化的幾何圖形以作為充實、潛能開展教學，以增進幼兒推理思考能



力之發展。

(2) 幼教師在選擇教材方面，可依據幼兒潛在發展層次逐漸對教材加深加廣，以利於幼兒學習遷移。

(3) 未來研究可增加樣本數及對照組，透過更嚴謹的真正實驗設計，或許可發現不同的結果。

參考文獻

中文部份

1. 江淑卿，2001，“兒童類比推理能力的學習潛能評估研究”，*教育心理學報*，No.33，p.47-64。
2. 涂金堂，1999，“簡介國民中小學學生推理能力測驗及其應用”，*學生輔導*，No.63，p.24-33。
3. 張春興，1995，《*教育心理學*》，東華，台北。
4. 張英傑、陳創義，2003，“九年一貫數學學習領域綱要諮詢意見—幾何篇”，教育部九年一貫數學學習領域綱要諮詢意見小組 2009 年 5 月 15 日，
取自：<http://www.math.ntnu.edu.tw/~cyc/private/mathedu/me9/nineyear/>
5. 張麗芬，1997，“幼兒解幾何類比題能力的發展”，*《初等教育學報》*，No.10，p.357-388。

外文部份

1. Berk, L. E., 2001, "Child Development Boston." , *Allyn & Bacon. Borowsky IW, Ireland M, Resnick MD. Adolescent Suicide Attempts: Risks and Protectors. Pediatrics*, Vol.107, No.3, p.485-493.
2. Clements, D. H., Swaminthan, S., Hannibal, M.A.Z., & Sarama, J., 1999, "Young children's concepts of shape." , *Journal for Research in Mathematics Education* , Vol.20, No.2, p.192-212.
3. Crowley, M. L., 1987, "The van Hiele model of the development of geometric thought. I n M.M. Lindquist & A. Shulte (Eds.)" , *Learning and teaching geometry, K-12*. p.6-13. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
4. Erikson, E. H., 1963, *Childhood and society*. , Norton , New York.
5. Guilford, J. P., 1967, "Creativity : Yesterday today and tomorrow." , *Journal of Creative Behavior*, No.1, p.3-13.
6. Hurlock, E. B., 1978, *Child development (6th ed.)*, McGraw-Hill Inc, N.Y..
7. Mary, A. H., 1999, "Young Children's Developing Understanding of Geometric Shapes." , *Teaching Children Mathematics*, Vol.5, No.6, p.353-357.
8. Norman, D. A., 1988, *The design of everyday things.*, Basic books Inc , New York.
9. Piaget, J., & Inhelder, B., 1967, *The child's conception of space* (F. J. Langdon & J.L. Lunzer, Trans.), W. W. Norton , New York.
10. Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A., 1960, *The child's conception of geometry.*, Routledge and Kegan Paul, London.
11. Rosser, R., 1994, *Cognitive development : Psychological and biological perspectives.*, Allyn and Bacon, Massachusetts.
12. Spitz, H. H., 1979, "Beyond filed theory in the study of mental deficiency." , In N.R. Ellis(Ed.), *Handbook of mental deficiency.*, Hillsdale, N. T. : Lawrence Erlbaum Associates, p. 121-141.



13. Van Hiele-Geldof, D., 1957, *De didactiek van de Meetkunde in de eerste klas van het V. H. M. O.* Summary of unpublished doctoral dissertation with English summary, University of Utrecht, Netherlands.
14. White, C. S., & Caropreso, E. J., 1989, "Training in analogical reasoning processes : Effects on low socioeconomic status preschool children." , *Journal of Educational Research*, Vol.83, No.2, p.112-118.

